МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Воткинский филиал
Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования
«Ижевский государственный технический университет имени М.Т. Калашникова»
(ВФ ФГБОУ ВО «ИжГТУ имени М.Т. Калашникова»)

УТВЕРЖДАЮ

Директор

_____________ Давыдов И.А.

«23» 05 2019 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

По дисциплине: Численное моделирование технологических операций

для направления: 15.03.05 – Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств

по профилю: Технология машиностроения

форма обучения: очная

Общая трудоемкость дисциплины составляет: 2 зачетных единиц

Вид учебной работы		Всего часов	Семестры			
			5			
Контактные занятия (всего)		32	32			
В том числе:		-	-			
Лекции		16	16			
Практические занятия (ПЗ)		16	16			
Семинары (С)		-	-			
Лабораторные работы (ЛР)		-	-			
Самостоятельная работа (всего)		40	40			
В том числе:		-	-			
Курсовой проект (работа)		-	-			
Расчетно-графические работы		-	-			
Реферат		-	-			
Другие виды самостоятельной работы		-	-			
Вид промежуточной аттестации (зачет, экзамен)		-	зачет			
Общая трудоемкость	час зач. ед.	72 2	72 2			

Кафедра – Технология машиностроения и приборостроения
Составители – Смирнов Виталий Алексеевич, к.т.н., доцент.

Рабочая программа составлена на основании ФГОС ВО по направлению подготовки 15.03.05 «Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств» (уровень бакалавриата), № 1000 от 11.08.2016 и утверждена на заседании кафедры

Протокол от «20» 05.2019 № 5

Заведующий кафедрой «Технология машиностроения и приборостроения»

________________________ Р. М. Бакиров

«20» 05 2019 г.

СОГЛАСОВАНО

Председатель учебно-методической комиссии
по направлению подготовки 15.03.05 – Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств, профиль – Технология машиностроения

________________________ А.Н. Шельпяков

«20» 05 2019 г.

Количество часов рабочей программы соответствует количеству часов рабочего учебного плана направления подготовки 15.03.05 – Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств», профиль – Технология машиностроения

Ведущий специалист учебной части
ВФ ФГБОУ ВО «ИжГТУ имени М.Т. Калашникова»

________________________ Соловьева Л.Н.

«20» 05 2019 г.

Аннотация к дисциплине

Название дисциплины	**Численное моделирование технологических операций**						
Номер	*93*		***Академический год***	**2018/2019**		***семестр***	**5**
кафедра	ТМиП	***Программа***	15.03.05 «Конструкторско – технологическое обеспечение машиностроительных производств» (уровень бакалавриата), профиль – «Технология машиностроения»				
Составитель	Смирнов В.А., к.т.н., доцент						

Цели и задачи дисциплины, основные темы	**Цели:** освоение численных методов решения прикладных математических задач **Задачи:** приобретение знаний по численным методам решения прикладных математических задач; приобретение умений решения прикладных математических задач различными численными методами; приобретение навыков использования программных продуктов для реализации численных методов решения задач. **Знания:** основные численные методы решения прикладных математических задач. **Умения:** использовать основные численные методы решения прикладных математических задач; оценивать точность и достоверность численного решения прикладных математических задач. **Навыки:** использование прикладных программных продуктов для реализации численных методов решения прикладных задач. **Лекции** (основные темы): Численные методы аппроксимации. Численное интегрирование и дифференцирование. Численные методы решения уравнений и систем уравнений. Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. **Практические занятия:** Численные методы аппроксимации. Численное интегрирование и дифференцирование. Численные методы решения уравнений и систем уравнений. Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений.
Основная литература	1.Мокрова, Н. В. Численные методы в инженерных расчетах [Электронный ресурс] : учебное пособие / Н. В. Мокрова, Л. Е. Суркова. — Электрон. текстовые данные. — Саратов : Ай Пи Эр Медиа, 2018. — 91 c. — 978-5-4486-0238-2. — Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/71739.html 2.Крахоткина, Е. В. Численные методы в научных расчетах [Электронный ресурс] : учебное пособие. Курс лекций / Е. В. Крахоткина. — Электрон. текстовые данные. — Ставрополь : Северо-Кавказский федеральный университет, 2015. — 162 c. — 2227-8397. — Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/62884.html
Технические средства	Учебные аудитории для проведения занятий лекционного, семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся, для самостоятельной работы студентов.
Компетенции	***Приобретаются студентами при освоении дисциплины***
Профессиональные	ПК-1. Способность применять способы рационального использования необходимых видов ресурсов в машиностроительных производствах, выбирать основные и вспомогательные материалы для изготовления их изделий, способы реализации основных технологических процессов, аналитические и численные методы при разработке их математических моделей, а также современные методы разработки малоотходных, энергосберегающих и экологически чистых машиностроительных технологий ПК-3. Способность участвовать в постановке целей проекта (программы), его задач при заданных критериях, целевых функциях, ограничениях, разработке структуры их взаимосвязей, определении приоритетов решения задач с учетом правовых, нравственных аспектов профессиональной деятельности

Зачетных единиц	**2**	***Форма проведения занятий***	***Лекции***	***Практические занятия***	***Лабораторные работы***	***Самостоятельная работа***
		Всего часов - 72	16	16	-	40

Виды контроля	***Диф.зач /зач/ экз***	***КП/КР***	***Условие зачета дисциплины***	Получение оценки "зачтено"	***Форма проведения самостоятельной работы***	Подготовка к практическим занятиям, зачету; выполнение заданий СР
формы	Зачет	нет				

Перечень дисциплин, знание которых необходимо для изучения дисциплины	математика, математическое моделирование технологических процессов в машиностроении

1. Цели и задачи дисциплины:

Целью преподавания дисциплины является освоение численных методов решения прикладных математических задач.

Задачи дисциплины:
- приобретение знаний по численным методам решения прикладных математических задач;
- приобретение умений решения прикладных математических задач различными численными методами;
- приобретение навыков использования программных продуктов для реализации численных методов решения задач.

В результате изучения дисциплины студент должен:

знать:
- основные численные методы решения прикладных математических задач.

уметь:
- использовать основные численные методы решения прикладных математических задач;
- оценивать точность и достоверность численного решения прикладных математических задач.

владеть:
- навыками работы с программными продуктами для реализации численных методов решения прикладных математических задач

2. Место дисциплины в структуре ООП:

Дисциплина относится к вариативной части Блок 1. Дисциплины (модули).
Для изучения дисциплины студент должен:

знать:
- аналитические методы решения различных математических задач в области линейной алгебры и математического анализа;
- математические модели, встречающиеся в практике машиностроительного производства.

уметь:
- решать прикладные математические задачи.

владеть:
- навыками разработки математических моделей технологических процессов в машиностроении.

Изучение дисциплины базируется на знаниях, полученных при изучении дисциплин: Математика, Математическое моделирование технологических процессов в машиностроении.

3. Требования к результатам освоения дисциплины:

3.1. Знания, приобретаемые в ходе изучения дисциплины

№ п/п	Знания
1.	Численные методы аппроксимации
2.	Численные методы интегрирования и дифференцирования
3.	Численные методы решения уравнений и систем уравнений
4.	Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений

3.2. Умения, приобретаемые в ходе изучения дисциплины

№ п/п	Умения
1.	использовать основные численные методы решения прикладных математических задач
2.	оценивать точность и достоверность численного решения прикладных математических задач

3.3. Навыки, приобретаемые в ходе изучения дисциплины

№ п/п	Навыки
1.	Использование прикладных программных продуктов для реализации численных методов решения прикладных задач.

3.4. Компетенции, приобретаемые в ходе изучения дисциплины

Компетенции	Знания (№№ из 3.1)	Умения (№№ из 3.2)	Навык и (№№ из 3.3)
ПК-1 Способность применять способы рационального использования необходимых видов ресурсов в машиностроительных производствах, выбирать основные и вспомогательные материалы для изготовления их изделий, способы реализации основных технологических процессов, аналитические и численные методы при разработке их математических моделей, а также современные методы разработки малоотходных, энергосберегающих и экологически чистых машиностроительных технологий	1, 2, 3, 4	1, 2	1
ПК-3 Способность участвовать в постановке целей проекта (программы), его задач при заданных критериях, целевых функциях, ограничениях, разработке структуры их взаимосвязей, определении приоритетов решения задач с учетом правовых, нравственных аспектов профессиональной деятельности	1, 2, 3, 4	1, 2	1

4. Структура и содержание дисциплины

4.1. Разделы дисциплин и виды занятий

№ п/п	Раздел дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)				Формы текущего контроля успеваемости *(по неделям семестра)* Форма промежуточной аттестации *(по семестрам)*
				лек	*прак*	*лаб*	*СРС**	
1.	Численные методы аппроксимации	5	1 2 3 4	4	4	-	10	Ответы на вопросы на лекции. Контрольная работа. Тестирование. Работа на практических занятиях: текущий контроль выполнения заданий.
2.	Численное интегрирование и дифференцирование	5	5 6	2	2	-	8	Ответы на вопросы на лекции. Тестирование. Работа на практических занятиях: текущий контроль выполнения заданий.

3.	Численные методы решения уравнений и систем уравнений.	5	7 8 9 10	4	4	-	10	Тестирование. 1 аттестация. Работа на практических занятиях: текущий контроль выполнения заданий.
4.	Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений	5	11 12 13 14 15 16	6	6	-	10	Тестирование. Контрольная работа. 2 аттестация. Работа на практических занятиях: текущий контроль выполнения заданий. Вопросы к зачету.
	Зачет						2	Вопросы к зачету.
	Всего за семестр, в том числе контроль самостоятельной работы			16	16	-	40	

4.2. Содержание разделов курса

№ п/п	Раздел дисциплины	Знания (номер из 3.1)	Умения (номер из 3.2)	Навыки (номер из 3.3)
1	1. Численные методы интерполяции функций. Локальная и глобальная интерполяция. Сплайн-интерполяция. Многочлены Лагранжа и Ньютона. 2. Приближение функций. Подбор аппроксимирующей функции методом наименьших квадратов. Приближение ортогональными многочленами Чебышева.	1	1, 2	1
2	1. Численное интегрирование. Формулы прямоугольников, трапеций, Симпсона. Оценка погрешности численного интегрирования. 2. Численное дифференцирование. Разностные формулы для первой и второй производных. Метод неопределенных коэффициентов. Оценка погрешности численного дифференцирования.	2	1, 2	1
3	1. Решение уравнений методами половинного деления, методом хорд, методом Ньютона, методом простых итераций. 2. Решение систем уравнений методом Ньютона.	3	1, 2	1
4	1. Решение задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения методами Эйлера, Эйлера-Коши, Рунге-Кутта. 2. Решение задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений методами Эйлера и Рунге-Кутта. 3. Оценка погрешности решения задачи Коши. 4. Решение краевой задачи для обыкновенного дифференциального уравнения методом стрельбы и методом конечных разностей.	4	1, 2	1

4.3. Наименование тем практических занятий, их содержание и объем в часах

№ п/п	№ раздела дисциплины	Наименование темы практического занятия и его содержание	Трудоем-кость (час)
1.	1	Численные методы аппроксимации.	4

		По заданному массиву экспериментальных данных составить интерполяционные формулы с использованием кусочно-линейной, квадратичной, сплайн-интерполяции, формулы Ньютона и Лагранжа.	
2.	2	Численное интегрирование и дифференцирование. *Вычислить определенный интеграл методами прямоугольников, трапеций, Симпсона. Оценить точность найденного решения. Найти выражение для вычисления производной методом неопределенных коэффициентов.*	2
3.	3	Численные методы решения уравнений и систем уравнений. *Решить нелинейное уравнение методами деления пополам, хорд, Ньютона, простых итераций. Сравнить полученные результаты и эффективность методов. Решить систему нелинейных уравнений методом Ньютона.*	4
4.	4	Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ). *Решить задачу Коши для ОДУ первого и второго порядка методами Эйлера, Эйлера-Коши, Рунге-Кутта. Оценить точность полученного решения априорным и апостериорным методами. Решить краевую задачу для ОДУ второго порядка методом конечных разностей и методом стрельбы.*	6
Всего			**16**

4.4. Рекомендуемые образовательные технологии и инновационные формы учебных занятий

Для проработки и закрепления материала по дисциплине применяются (интерактивная технология / инновационная форма учебных занятий):

- Фонд тестовых вопросов и задач по каждой теме курса.
- Комплект вопросов и задач для контрольной работы.
- Комплект индивидуальных заданий для лабораторных работ.
- Комплект индивидуальных заданий для самостоятельных работ.
- Видео-презентации лекционного материала.

5. Содержание самостоятельной работы студентов. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

5.1. Содержание самостоятельной работы

№ п/п	№ раздела дисциплины	Наименование тем	Трудоем-кость (час)
1	1	Численные методы аппроксимации	10
2	2	Численное интегрирование и дифференцирование	8
3	3	Численные методы решения уравнений и систем уравнений.	10
4	4	Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений	10
	Зачет	Подготовка к зачету.	2
Итого			**40**

5.2. Оценочные средства, используемые для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по итогам освоения дисциплины, их виды и формы, требования к ним и шкалы оценивания приведены в приложении к рабочей программе дисциплины «Фонд оценочных средств» по дисциплине «Численное моделирование технологических операций», которое оформляется в виде отдельного документа.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины.

а) Основная литература

№ п/п	Наименование книги	Год издания
1	Мокрова, Н. В. Численные методы в инженерных расчетах [Электронный ресурс] : учебное пособие / Н. В. Мокрова, Л. Е. Суркова. — Электрон. текстовые данные. — Саратов : Ай Пи Эр Медиа, 2018. — 91 с. — 978-5-4486-0238-2. — Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/71739.html	2018
2	Крахоткина, Е. В. Численные методы в научных расчетах [Электронный ресурс] : учебное пособие. Курс лекций / Е. В. Крахоткина. — Электрон. текстовые данные. — Ставрополь : Северо-Кавказский федеральный университет, 2015. — 162 с. — 2227-8397. — Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/62884.html	2015

б) Дополнительная литература

№ п/п	Наименование книги	Год издания
1	Численные методы при моделировании технологических машин и оборудования [Электронный ресурс] : учебное пособие / Г. В. Алексеев, Б. А. Вороненко, М. В. Гончаров, И. И. Холявин. — Электрон. текстовые данные. — Саратов : Вузовское образование, 2014. — 203 с. — 2227-8397. — Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/26229.html	2014
2	Соболева, О. Н. Введение в численные методы [Электронный ресурс] : учебное пособие / О. Н. Соболева. — Электрон. текстовые данные. — Новосибирск : Новосибирский государственный технический университет, 2011. — 64 с. — 978-5-7782-1776-8. — Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/45362.html	2011

в) Перечень ресурсов информационно-коммуникационной сети Интернет:

1. Электронная библиотечная система «IPRbooks» http://www.iprbookshop.ru
2. База данных Научной электронной библиотеки eLIBRARY.RU https://elibrary.ru/
3. База данных Web of Science https://apps.webofknowledge.com/
4. База данных Scopus https://www.scopus.com Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» http://window.edu.ru
5. Справочно-правовая система «Гарант» http://www.garant.ru
6. Бесплатная электронная Интернет библиотека нормативно-технической литературы ТехЛит http://www.tehlit.ru/
7. База данных профессиональных стандартов Министерства труда и социальной защиты РФ http://profstandart.rosmintrud.ru/obshchiy-informatsionnyy-blok/natsionalnyyreestr-professionalnykh-standartov/
8. Федеральная государственная информационная система «Национальная электронная библиотека» https://нэб.рф
9. Национальный портал онлайн обучения «Открытое образование» https://openedu.ru
10. Базы данных Министерства экономического развития РФ http://www.economy.gov.ru

11. Официальный сайт Федерального агентства по техническому регулированию и метрологии http://protect.gost.ru/

12. Мировая цифровая библиотека https://www.wdl.org/ru/ Электронная библиотека Programmer's Klondike https://proklondike.net/

г) Учебно-методическое обеспечение дисциплины

1. Смирнов В.А. Методические указания по выполнению практических работ по дисциплине «Численное моделирование технологических операций». Воткинский филиал ИжГТУ имени М.Т. Калашникова. Воткинск, 2018.
2. Методические указания «Оформление контрольных работ, рефератов, курсовых работ и проектов, отчетов по практике, выпускных квалификационных работ». Составители: А.Ю. Уразбахтина, Р.М. Бакиров, В.А. Смирнов [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://vfistu.ru/images/files/Docs/metodichka_po_oformleniu_v3.pdf
3. Учебно-методическое пособие по организации самостоятельной работы обучающихся. Соствители: Е.В. Чумакова, Р.М. Бакиров [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://www.vfistu.ru/images/files/Docs/metorg_po_sam_rabote.pdf

д) Программное обеспечение

1. Microsoft Office.
2. КОМПАС-3D.

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

1. Специальные помещения - учебные аудитории для проведения: занятий лекционного типа, оборудованные доской, столами, стульями.

2. Специальные помещения - учебные аудитории для проведения: занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, оборудованные доской, столами, стульями.

4. Специальные помещения - учебные аудитории для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся, оборудованные доской, столами, стульями.

5. Специальные помещения - учебные аудитории для организации и проведения самостоятельной работы студентов, оборудованные компьютерами с возможностью подключения к сети «Интернет», столами, стульями.

Лист утверждения рабочей программы дисциплины на учебный год

Рабочая программа дисциплины утверждена на ведение учебного процесса в учебном году:

Учебный год	«Согласовано»: заведующий кафедрой, ответственной за РПД (подпись и дата)
2020 - 2021	15.05.2020.
2021 - 2022	19.05.2021
2022 - 2023	
2023 - 2024	
2024 - 2025	

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Воткинский филиал
Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения
высшего образования
«Ижевский государственный технический университет
имени М.Т. Калашникова»
(ВФ ФГБОУ ВО «ИжГТУ имени М.Т. Калашникова»

Кафедра «Технология машиностроения и приборостроения»

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Численное моделирование технологических операций
(наименование дисциплины)

15.03.05 «Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств»
(шифр и наименование направления/специальности)

Технология машиностроения
(наименование профиля/специальности/магистерской программы)

бакалавр
квалификация (степень) выпускника

Паспорт

ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

ПО ДИСЦИПЛИНЕ «ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ОПЕРАЦИЙ»

(наименование дисциплины)

№ п/п	Раздел дисциплины	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства
1	Численные методы аппроксимации	ПК-1	Тест. Контрольная работа. Работа на практических занятиях: текущий контроль выполнения заданий.
2	Численное интегрирование и дифференцирование	ПК-1	Тест. Работа на практических занятиях: текущий контроль выполнения заданий
3	Численные методы решения уравнений и систем уравнений.	ПК-1	Тест. Работа на практических занятиях: текущий контроль выполнения заданий.
4	Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений	ПК-1, ПК-3	Тест. Контрольная работа. Работа на практических занятиях: текущий контроль выполнения заданий.
5			Зачет

Описания элементов ФОС

Наименование: зачет

Представление в ФОС: перечень вопросов

Перечень вопросов для проведения зачета:

1. Численные методы интерполяции функций. Локальная и глобальная интерполяция. Сплайн-интерполяция. Многочлены Лагранжа и Ньютона.
2. Приближение функций. Подбор аппроксимирующей функции методом наименьших квадратов. Приближение ортогональными многочленами Чебышева.
3. Численное интегрирование. Формулы прямоугольников, трапеций, Симпсона. Оценка погрешности численного интегрирования.
4. Численное дифференцирование. Разностные формулы для первой и второй производных. Метод неопределенных коэффициентов. Оценка погрешности численного дифференцирования.
5. Решение уравнений методами половинного деления, методом хорд, методом Ньютона, методом простых итераций.
6. Решение систем уравнений методом Ньютона.
7. Решение задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения методами Эйлера, Эйлера-Коши, Рунге-Кутта. Оценка погрешности решения задачи Коши.
8. Решение задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений методами Эйлера и Рунге-Кутта.
9. Решение краевой задачи для обыкновенного дифференциального уравнения методом стрельбы и методом конечных разностей.

Критерии оценки:

Приведены в разделе 2

Наименование: тест

Представление в ФОС: набор тестов

Варианты тестов:

Тест №1. Интерполяция и приближение функций

1. Дана табличная функция. Найти значение *y* при *x*=1,5, используя многочлен Ньютона.

x	*y*
1	3
2	2
4	1

- 2,5
- 2,458
- 2,56
- 2,4

2. Дана табличная функция. Найти значение *y* при *x*=1,5, используя кусочно-линейную интерполяцию.

x	*y*
1	3
2	2
4	1

- 2,5
- 2,458
- 2,6
- 2,4

3. Сколько неизвестных коэффициентов содержит кубический сплайн?

- 2
- 3
- 4
- 5

4. К какому виду относится сплайн-интерполяция?

- локальная
- глобальная
- среднеквадратичная
- кусочно-постоянная

5. К какому виду относится интерполяция многочленом Лагранжа?

- локальная
- глобальная
- среднеквадратичная
- сплайн-интерполяция

6. Из каких соображений определяются коэффициенты при среднеквадратичном приближении функций.

- аппроксимирующая функция должна проходить через узловые точки
- сумма отклонений между значениями функций в узловых точках и значениями аппроксимирующей функции должна быть минимальной
- сумма квадратов отклонений между значениями функций в узловых точках и значениями аппроксимирующей функции должна быть минимальной
- аппроксимирующая функция должна проходить через начальную и конечную узловую точку

7. В чем недостаток степенной аппроксимирующей функции $y(x)=a0\cdot x^{a1}$ по сравнению с линейной аппроксимирующей функцией $y(x)=a0+a1\cdot x$?

- степенная функция имеет меньшую точность аппроксимации
- коэффициенты степенной функции не могут быть вычислены методом наименьших квадратов
- при использовании степенной функции значительно усложняется алгоритм вычислений
- степенную функцию нельзя построить, если среди исходных данных имеются отрицательные или нулевые значения

8. Исходя из какого условия производится равномерное приближение функции $f(x)$ полиномом $P_m(x)$?

- $\max\limits_{i=1..n}\left|f(x_i)-P_m(x_i)\right|\le\varepsilon$, где ε – допустимая погрешность, *i* – номер узла
- $\sum\limits_{i=1}^{n}\left[f(x_i)-P_m(x_i)\right]^2\to\min$, где *i* – номер узла

- $\sum_{i=1}^{n}\left|f\left(x_i\right)-P_m\left(x_i\right)\right|. \to \min$, где i – номер узла

9. Дайте определение сплайн-функции.

- полином $P_n(x)=\sum_{i=0}^{n}\left(f(x_i)\prod_{k=0}^{n}(x-x_k)/(x-x_i)\prod_{k\neq i}(x_i-x_k)\right)$, принимающий в точках x_i значения $f(x_i)$, называется сплайн-функцией, соответствующей данной функции $f(x)$ и узлам x_i (i = 0, 1,..., n).

- сплайн-функцией m-го порядка, соответствующей данной функции $f(x)$ и узлам x_i (i = 0, 1,..., n), называется функция $s(x)$, которая: 1) является полиномом m-го порядка на каждом частичном отрезке $[x_{i-1}, x_i]$ (i = 1, 2,..., n); 2) непрерывна вместе со своими производными до (m-1)-го порядка в узлах x_i (i = 1, 2,..., n–1); 3) $s(x_i) = f(x_i)$ (i = 0, 1,..., n).

- сплайн-функцией, соответствующей данной функции $f(x)$ и узлам x_i (i = 0, 1,..., n), называется полином вида $P_n(x)=y_0+q\Delta y_0+\frac{q(q-1)}{2!}+...+\frac{q(q-1)...(q-n+1)}{n!}\Delta^n y_0$, где $q = (x - x_0)/h$, h - шаг разностной сетки, $\Delta^k y_i$ - конечные разности k-го порядка

10. Сформулируйте постановку задачи интерполирования функции.

- требуется вычислить производные от функций, заданных в табличном виде

- требуется найти значение функции f(x), $x \neq x_i$ (i = 0, 1,..., n), если известны узлы интерполирования x_i (i = 0, 1,...,n) и значения функции $f(x)$ в этих узлах

- требуется определить допустимую погрешность аргументов по допустимой погрешности функции

11. Какую величину принимают за меру качества аппроксимации функции $f(x)$ полиномом $P_m(x)$ в узлах x_i в методе наименьших квадратов?

- $\max_{i=1..n}\left|f\left(x_i\right)-P_m\left(x_i\right)\right|.$

- $\sum_{i=1}^{n}\left[f\left(x_i\right)-P_m\left(x_i\right)\right]^2$

- $\sum_{i=1}^{n}\left|f\left(x_i\right)-P_m\left(x_i\right)\right|.$

12. По прогнозу 1983 г. добыча нефти в Западной Европе должна была составить в 1980 г. - 2,6 млн. баррелей/сут., в 1985 г. - 3,9 млн. баррелей/сут. и в 1990 г. - 3,2 млн. баррелей/сут. Используя интерполяционный полином Лагранжа, рассчитать данный показатель на 1988 г.

- 3,720 млн. баррелей/сут

- 3,894 млн. баррелей/сут

- 3,643 млн. баррелей/сут

13. Остаточный член интерполирования полиномами Ньютона.

- $\left|R_n\right| \le \frac{h^2(b-a)}{24}M_2$, где $M_2=\max_{\xi\in[a,b]}\left|f''(\xi)\right|, \xi -$ некоторая точка заданного промежутка [a, b], h = const - расстояние между соседними узлами интерполяции x_i (i = 0, 1, ..., n)

- $R_n(x)=\frac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!}(x-x_0)(x-x_1)...(x-x_n)$, где ξ есть некоторая точка наименьшего промежутка, содержащего все узлы интерполяции x_i (i = 0, 1,..., n) и точку x, в которой находится значение сеточной функции $f(x)$

- $R_n=\max\left|x-x_i\right|, (i=\overline{0,n})$, где x_i - узлы интерполяции, x - точка, в которой находится значение сеточной функции $f(x)$

14. Пусть для конечного множества значений аргумента x_0, x_1, ..., x_n известны табличные значения функций $f(x_0)$, $f(x_1)$,..., $f(x_n)$. Какую функцию называют аппроксимирующей?

- аппроксимирующей (приближающей) называют функцию φ(x), расчеты по которой либо совпадают, либо в определенном смысле приближаются к данным значениям функций $f(x)$

- аппроксимирующей (приближающей) называют функцию φ(x), первая производная от которой равны производным функции $f(x)$ в узлах x_0, x_1, ..., x_n

- аппроксимирующей (приближающей) называют функцию φ(x), значения которой совпадают со значениями функции $f(x)$ в узлах x_0, x_1, ..., x_n

- аппроксимирующей (приближающей) называют функцию φ(x), значения которой отличаются от данных значений функций $f(x)$ на постоянную величину

15. Назовите достоинства и недостатки интерполяционных формул Лагранжа.

- достоинство - метод наиболее прост в понимании и организации вычислительного процесса. Основной недостаток метода - при увеличении числа узлов и соответственно степени интерполяционный многочлен Лагранжа требуется строить заново
- достоинство - метод относится к числу итерационных методов и имеет наибольшую точность интерполяции. Основной недостаток метода - медленная скорость сходимости, что приводит к значительным затратам машинного времени
- достоинство — использование многочленов невысокого порядка и вследствие этого малым накоплением погрешностей в процессе вычислений. Основной недостаток метода - из числа методов интерполяции наиболее сложен в и организации вычислительного процесса

16. В чем состоит сущность метода наименьших квадратов?

- отрезок интерполирования разбивают на интервалы и на каждом интервале приближенно заменяют функцию $f(x)$ многочленом третьей степени. Для того чтобы не возникало разрывов производной в местах сочленения, приравнивают первые и вторые производные соседних многочленов
- строится полином, сумма квадратов отклонений которого от табличных значений интерполируемой функции $y_i=f(x_i)$ минимальна
- строится полином вида $P_n(x)=\sum_{i=0}^{n}\left(f(x_i)\prod_{k=0}^{n}(x-x_k) \Big/ (x-x_k)\prod_{k\neq i}(x_i-x_k)\right)$, принимающий в точках x_i, называемых узлами интерполяции, значения интерполируемой функции $f(x_i)$

17. Приведите выражение для оценки погрешности интерполяции для формул Лагранжа и Ньютона.

- $\left|R_n(x)\right| \le 12hM_3/(b-a),$ где $M_3=\min\limits_{\xi\in[a,b]}$, ξ - некоторая точка заданного промежутка $[a,\ b]$, h = const - расстояние между соседними узлами интерполяции x_i (i = 0, 1,..., n)
- $R_n(x)=\dfrac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!}(x-x_0)(x-x_1)...(x-x_n)$, где ξ есть некоторая точка наименьшего промежутка, содержащего все узлы интерполяции x_i (i = 0, 1,..., n) и точку x, в которой находится значение сеточной функции $f(x)$.
- $R_n(x)=\sup\left(x^2-x_i^2\right),(i=\overline{0,n})$, где x_i - узлы интерполяции, x - некоторое значение сеточной функции $f(x)$

18. Назовите области применения интерполирования функций.

- к интерполированию функций чаще всего прибегают, когда приходится вычислять значения функции в промежуточных точках, при этом данная функция задана в табличном виде и аналитическое выражение функции неизвестно.
- интерполирование применяют в случае, когда аналитический вид функции известен, но сложен и требует большого объема вычислений
- к интерполированию функций прибегают, когда приходится вычислять производные от функций, заданных таблично
- интерполирование применяют в случае, когда необходимо вычислить погрешность функции нескольких переменных при заданных погрешностях аргументов
- к интерполированию прибегают, когда в результате эксперимента получено большое количество экспериментальных данных и требуется составить по этим данным математическую модель в виде интерполирующей функции $f(x)$

19. Достоинства и недостатки метода интерполирования сплайн-функциями.

- достоинство - использование многочленов невысокого порядка и вследствие этого малым накоплением погрешностей в процессе вычислений. Основной недостаток метода - из числа методов интерполяции наиболее сложен в и организации вычислительного процесса
- достоинство - метод относится к числу итерационных методов и имеет наибольшую точность интерполяции. Основной недостаток метода - медленная скорость сходимости, что приводит к значительным затратам машинного времени
- достоинство - метод наиболее прост в понимании и организации вычислительного процесса. Основной недостаток метода - при увеличении числа узлов и соответственно степени сплайн-функцию требуется строить заново

20. В чем принципиальное отличие метода наименьших квадратов (МНК) от интерполяционных методов Ньютона и Лагранжа?

- интерполяционные формулы Ньютона и Лагранжа строятся так, чтобы значения аппроксимируемой функции $f(x)$ и многочлена в узлах интерполяции совпадали. В МНК сумма квадратов отклонений $P_m(x)$ от табличных значений $f(x)$ минимальна
- интерполяционные формулы Ньютона и Лагранжа строятся таким образом, чтобы сумма отклонений значений аппроксимируемой функции $f(x)$ и данного многочлена в узлах интерполяции x_i была минимальна, а степень интерполяционного многочлена выбирается исследователем. В МНК функция $f(x)$ и интерполяционный многочлен $P_m(x)$ в узлах x_i совпадают, а степень $P_m(x)$ зависит от количества узлов
- МНК и интерполяционные формулы дают одинаковый результат, если аппроксимируемая функция $f(x)$ представляет собой многочлен степени не выше m. Если функция $f(x)$ имеет иной вид, то МНК и интерполяционные формулы Ньютона и Лагранжа дают различный результат.

Тест №2. Численное интегрирование и дифференцирование

1. **В чем состоит суть методов численного интегрирования функций?**

- суть состоит в замене подынтегральной функции $f(x)$ вспомогательной, интеграл от которой легко вычисляется в элементарных функциях
- суть состоит в следующем: при заданном числе интервалов разбиения следует расположить их концы так, чтобы получить наивысшую точность интегрирования
- суть состоит в том, что из подынтегральной функции $f(x)$ выделяют некоторую функцию $g(x)$, имеющую те же особенности, что функция $f(x)$, элементарно интегрируемую на данном промежутке и такую, чтобы разность $f(x)-g(x)$ имела нужное число производных

2. **Укажите формулу для оценки остаточного члена численного интегрирования по формуле прямоугольников**

- $|R| \le \frac{(b-a)\cdot h^2}{24}\cdot M_2$, где $M_2 = \max\limits_{a\le x\le b}|f''(x)|$
- $|R| \le \frac{(b-a)\cdot h^2}{12}\cdot M_2$, где $M_2 = \max\limits_{a\le x\le b}|f''(x)|$
- $|R| \le \frac{(b-a)\cdot h^4}{180}\cdot M_4$, где $M_4 = \max\limits_{a\le x\le b}|f^{(4)}(x)|$

3. **Найти интеграл $I = \int\limits_0^{0,4} \frac{dx}{1+x}$ по формуле трапеций при n=4 и оценить остаточный член R.**

- I = 0,3369, $|R|$< 0,00067
- I = 0,3492, $|R|$< 0,0001
- I = 0,287, $|R|$ < 0,00094

4. **Укажите формулу для вычисления интеграла методом трапеций, если n – количество интервалов разбиения отрезка интегрирования, h – шаг разбиения.**

- $\int\limits_a^b y(x)dx = h\cdot(y_0 + y_1 + ... + y_{n-1})$
- $\int\limits_a^b y(x)dx = h\cdot\left(\frac{y_0+y_n}{2} + y_1 + y_2 + ... + y_{n-1}\right)$
- $\int\limits_a^b y(x)dx = \frac{h}{3}\cdot(y_0 + 4(y_1 + y_3 + ... + y_{n-1}) + 2(y_2 + y_4 + ... + y_{n-2}) + y_n)$

5. **Укажите формулу для вычисления интеграла методом прямоугольников, если n – количество интервалов разбиения отрезка интегрирования, h – шаг разбиения**

- $\int\limits_a^b y(x)dx = h\cdot(y_0 + y_1 + ... + y_{n-1})$
- $\int\limits_a^b y(x)dx = h\cdot\left(\frac{y_0+y_n}{2} + y_1 + y_2 + ... + y_{n-1}\right)$
- $\int\limits_a^b y(x)dx = \frac{h}{3}\cdot(y_0 + 4(y_1 + y_3 + ... + y_{n-1}) + 2(y_2 + y_4 + ... + y_{n-2}) + y_n)$

6. **Какой из трех перечисленных методов численного интегрирования имеет наименьшую точность?**

- метод прямоугольников
- метод трапеций
- метод Симпсона

7. **Чем вызвана погрешность усечения при вычислении производной по формулам численного дифференцирования?**

- погрешность усечения вызвана заменой данной функции $f(x)$ интерполяционным многочленом $P_n(x)$.
- погрешность усечения вызвана неточным заданием исходных значений данной функции $f(x)$
- погрешность усечения вызвана неточным заданием начальным и граничных данных для исходной функции $f(x)$.

8. **Оценить погрешность R вычисления интеграла $\int\limits_0^1 e^{-x^2}dx$ по формуле трапеций при равномерном шаге h=0,1**

- $|R|$ < 0,04

- $|R| < 0{,}002$
- $|R| < 0{,}00015$

9. Вычисление определенного интеграла по формулам прямоугольников

- отрезок интегрирования [a, b] разбивается на n равных интервалов. В пределах каждого интервала [x_i, x_{i+1}] подынтегральная функция $f(x)$ заменяется интерполяционным многочленом Лагранжа первой степени с узлами x_i и x_{i+1}, что соответствует замене кривой на секущую. Интеграл по [a, b] вычисляется как сумма интегралов по всем частичным отрезкам.
- в квадратурных формулах $\int_{-1}^{1} f(t)dt = \sum_{i=1}^{n} c_i f(t_i) + \psi$ коэффициенты c_i и абсциссы t_i подбираются так, чтобы формулы были точны для многочленов наивысшей возможной степени N. При n узлах точно интегрируются все многочлены степени $N \le 2n$-1. Коэффициенты c_i и абсциссы t_i находятся из системы 2n-1 нелинейных уравнений
- отрезок интегрирования [a, b] разбивают на частичные отрезки [x_i, x_{i+1}] равной длины. На каждом отрезке [x_i, x_{i+1}] подынтегральная функция $f(x)$ заменяется на постоянную величину $f(x_{i+1/2})$ (либо $f(x_i)$, (либо $f(x_{i+1})$) и интеграл по [a, b] вычисляется как сумма интегралов по всем частичным отрезкам

10. Вычисление определенного интеграла по формуле Симпсона

- отрезок интегрирования [a, b] разбивают на частичные отрезки [x_i, x_{i+1}] равной длины. На каждом отрезке [x_i, x_{i+1}] подынтегральная функция $f(x)$ заменяется на постоянную величину $f(x_{i+1/2})$ и интеграл по [a, b] вычисляется как сумма интегралов по всем частичным отрезкам
- в квадратурных формулах $\int_{-1}^{1} f(t)dt = \sum_{i=1}^{n} c_i f(t_i) + \psi$ коэффициенты c_i и абсциссы t_i подбираются так, чтобы формулы были точны для многочленов наивысшей возможной степени N. При n узлах точно интегрируются все многочлены степени $N \le 2n$-1. Коэффициенты c_i и абсциссы t_i находятся из системы 2n-1 нелинейных уравнений
- отрезок интегрирования [a, b] разбивается на n равных интервалов. В пределах каждого интервала [x_i, x_{i+1}] подынтегральная функция $f(x)$ заменяется интерполяционным многочленом второй степени с узлами x_i и $x_{i+1/2}$ и x_{i+1}. Интеграл по [a, b] вычисляется как сумма интегралов по всем частичным отрезкам

11. Определить величину шага *h* по оценке остаточного члена для вычисления интеграла $\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$ по формуле трапеции с точностью до 10^{-2}

- h = 1,49
- h = 0,79
- h = 0,96

12. Назовите области применения формул численного дифференцирования

- к численному дифференцированию чаще всего прибегают, когда приходится вычислять производные от функций, заданных таблично, или когда непосредственное дифференцирование функции затруднительно
- к численному дифференцированию чаше всего прибегают, когда приходится вычислять значения функции в промежуточных точках, при этом данная функция задана в табличном виде и аналитическое выражение функции неизвестно
- к численному дифференцированию чаще всего прибегают, когда требуется определить допустимую погрешность аргументов по допустимой погрешности функции

13. Назовите достоинства метода Гаусса (метода наивысшей алгебраической точности) вычисления определенного интеграла

- метод Гаусса в ряду других методов численного интегрирования наиболее прост в понимании и организации вычислительного процесса. При этом есть легко определяемая оценка погрешности
- в методе Гаусса отрезок интегрирования разбивается на n равных интервалов в отличие от других квадратурных формул, в которых абсциссы x, подбираются исходя из соображений точности и, вообще говоря, являются иррациональными числами
- для функций высокой гладкости при одинаковом числе узлов метод Гаусса дает значительно более точные результаты, чем другие методы численного интегрирования. При этом для получения одной и той же точности по формуле Гаусса необходимо выполнить меньше операций

14. Выбор шага интегрирования для обеспечения заданной точности вычисления интеграла с помощью метода двойного пересчета

- общая погрешность вычисления интеграла рассматривается как сумма погрешности усечения ε_s и погрешности округления ε_P. Так как с уменьшением шага расчета h погрешность ε_s убывает, а ε_p возрастает, то существует оптимальный шаг h, определяемый таким образом, чтобы ε_s составляла примерно половину ε_p
- вычисляют интеграл I по выбранной квадратурной формуле дважды: сначала интеграл I_h, с некоторым шагом h, затем интеграл $I_{h/2}$ с шагом $h/2$, а затем сравнивают их. Если окажется, что $|I_h - I_{h/2}| < \varepsilon$, где ε – допустимая погрешность, то полагают $I \approx I_{h/2}$. Если же $|I_h - I_{h/2}| \ge \varepsilon$, то расчет повторяют с шагом $h/4$ и т.д.
- пусть требуется вычислить интеграл I с точностью ε. Используя формулу соответствующего остаточного члена Ψ, выбирают шаг h таким, чтобы выполнялось неравенство $|\Psi| < \varepsilon/2$. Затем вычисляют I по выбранной квадратурной

формуле с полученным шагом. При этом вычисления следует производить с таким числом знаков, чтобы погрешность округления не превышала ε/2

15. Вычисление определенного интеграла по формуле трапеции

- отрезок интегрирования $[a, b]$ разбивают на частичные отрезки $[x_i, x_{i+1}]$ равной длины. На каждом отрезке $[x_i, x_{i+1}]$ подынтегральная функция $f(x)$ заменяется на постоянную величину $f(x_{i2})$ и интеграл по $[a, b]$ вычисляется как сумма интегралов по всем частичным отрезкам

- в квадратурных формулах $\int_{-1}^{1} f(t)dt = \sum_{i=1}^{n} c_i f(t_i) + \Psi$ коэффициенты c_i и абсциссы t_i подбираются так, чтобы формулы были точны для многочленов наивысшей возможной степени N. При n узлах точно интегрируются все многочлены степени $N \le 2n$-1. Коэффициенты c_i и абсциссы t_i находятся из системы $2n$-1 нелинейных уравнений

- отрезок интегрирования $[a, b]$ разбивается на n равных интервалов. В пределах каждого интервала $[x_i, x_{i+1}]$ подынтегральная функция $f(x)$ заменяется интерполяционным многочленом Лагранжа первой степени с узлами x_i и x_{i+1}, что соответствует замене кривой на секущую. Интеграл по $[a, b]$ вычисляется как сумма интегралов по всем частичным отрезкам

16. Оценить погрешность аппроксимации центральной разностной производной $(y_{i+1}-y_{i-1})/2h$, разложив в ряд Тейлора решение дифференциальной задачи в окрестности узла x_i (h - шаг разностной сетки)

- $O(h^3)$
- $O(h^2)$
- $O(h/3)$

17. Проведите сравнение формул численного интегрирования по точности на основании остаточных членов формул

- формула прямоугольников обеспечивает высокую точность при небольшом числе узлов, чем формулы Симпсона и трапеций, а последние - более точные результаты, чем формула Гаусса. Однако для функции малой гладкости, имеющих лишь первую или вторую производную, а также для функций с разрывами производных простые формулы интегрирования (Гаусса, трапеции и Симпсона) могут давать примерно ту же точность, что и формула прямоугольников
- для функций имеющих непрерывные производные достаточно высокого порядка при одинаковом числе узлов формула Гаусса дает значительно более точные результаты, чем формула Симпсона, а последняя - более точные результаты, чем формулы прямоугольников и трапеций. При этом для получения одной и той же точности по формуле Гаусса необходимо выполнить меньше операций, чем по формуле Симпсона, а по последней - меньше, чем по формуле трапеций
- анализ формул численного интегрирования показывает, что для функций высокой гладкости квадратурная формула трапеций является наиболее точной по сравнению с формулами Гаусса и Симпсона). Однако для функций с разрывами производных наиболее точным является более сложная формула прямоугольников

18. Оценить погрешность вычисления интеграла $\int_{0}^{0,6} \frac{dx}{1+x}$ по формуле Симпсона при равномерном шаге h=0,1

- $|R| < 8,0 \cdot 10^{-5}$
- $|R| < 7,2 \cdot 10^{-4}$
- $|R| < 3,4 \cdot 10^{-3}$

19. Чем вызвана погрешность округления при вычислении производной по формулам численного дифференцирования

- погрешность округления вызвана заменой данной функции $f(x)$ интерполяционным многочленом $P_n(x)$.
- погрешность округления вызвана неточным заданием начальным и граничных данных для исходной функции $f(x)$.
- погрешность округления вызвана неточным заданием исходных значений данной функции $f(x)$.

20. Найти по формуле трапеций интеграл $I = \int_{1}^{5} \frac{dx}{x}$ при n=4 и оценить остаточный член R.

- I = 67/38, $|R| < 0,053$
- I = 101/60, $|R| < 0,67$
- I = 65/30, $|R| < 0,94$

Тест №3. Численные методы решения уравнений и систем уравнений

1. Какой из перечисленных методов решения уравнений вида $F(x)=0$ имеет наиболее быструю сходимость?

- метод деления отрезка пополам
- метод Ньютона
- метод хорд

2. Что является начальным приближением для метода Ньютона решения уравнений и систем уравнений?

- координаты стартовой точки
- диапазон поиска решения – от начала до конца интервала по каждой координате

- уравнение касательной плоскости
- уравнение хорды

3. **Укажите достаточные условия сходимости метода Гаусса-Зейделя решения систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ).**

- модуль диагонального коэффициента каждого уравнения должен быть наименьшим; матрица коэффициентов СЛАУ должна быть трехдиагональной
- матрица коэффициентов СЛАУ должна быть приведена к такому виду, чтобы коэффициенты, находящиеся ниже главной диагонали равнялись нулю
- модуль диагонального коэффициента каждого уравнения должен быть больше или равен сумме модулей всех остальных коэффициентов этого уравнения; для одного уравнения это неравенство должно выполняться строго

4. **В чем достоинство итерационных методов решения систем линейных алгебраических уравнений по сравнению с точными методами?**

- итерационные методы имеют абсолютную сходимость
- в итерационных методах погрешность не накапливается от шага к шагу
- итерационные методы позволяют получить решение за меньшее время

5. **Найти методом деления отрезка пополам корень уравнения cos x - x = 0 на интервале |0,7; 0,8| с точностью ε = 10^{-2}**

- корень уравнения = 0,79
- корень уравнения = 0,78
- корень уравнения = 0,74

6. **Дано нелинейное уравнение sin x – 0,5x = 0. Определить методом деления отрезка пополам корень данного уравнения на интервале [1,7; 2| с точностью ε = 10^{-2}**

- корень уравнения = 1,87
- корень уравнения = 1,90
- корень уравнения = 1,96

7. **Найти методом Ньютона корень уравнения cos x - x = 0, используя начальное приближение x_0=0,5, с точностью ε = 10^{-2}.**

- корень уравнения = 0,79
- корень уравнения = 0,78
- корень уравнения = 0,74

8. **Отличие метода Гаусса с выбором главного элемента от метода Гаусса решения системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)**

- отличие в том, что на очередном шаге реализации метода Гаусса исключается не следующее по номеру неизвестное, а то неизвестное, коэффициент при котором является наибольшим по модулю
- отличие в том, что на очередном k-ом шаге реализации метода Гаусса исключается элемент $a_{kk}^{(k-1)}$, называемый главным элементом на k-м шаге исключения. Тем самым СЛАУ приводится к треугольному виду
- отличие в том, что на очередном шаге реализации метода Гаусса исключается не следующее по номеру неизвестное, а то неизвестное, коэффициент при котором является наименьшим по модулю

9. **Для решения систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) какого вида разработан метод прогонки?**

- метод прогонки разработан для решения СЛАУ с разреженной матрицей коэффициентов (малая доля элементов матрицы отлична от нуля)
- метод прогонки разработан для решения СЛАУ с трехдиагональной матрицей коэффициентов
- метод прогонки разработан для решения СЛАУ с апериодической матрицей коэффициентов

10. **Почему метод Зейделя решения систем линейных алгебраических уравнений называется самоисправляющимся?**

- потому что в методе используется двойной пересчет, что снижает вероятность возникновения ошибки
- потому что отдельная ошибка, допущенная при вычислениях, не отражается на конечном результате, поскольку ошибочное приближение рассматривается как новый начальный вектор
- потому что при использовании данного метода строится отдельная процедура, исправляющая любые ошибки, допущенные при расчетах.

11. **Назовите основные этапы нахождения корня нелинейного уравнения $F(x)$=0.**

- на первом этапе левая часть нелинейного уравнения $F(x)$=0 аппроксимируется на интервале $[a, b]$ интерполяционным многочленом Ньютона. На втором этапе, используя заданное начальное приближение, строится итерационный процесс, позволяющий уточнить значение отыскиваемого корня.
- на первом этапе проверяется выполнение достаточных условий сходимости. На втором этапе уравнение $F(x)$=0 заменяется на интервале $[a,b]$ эквивалентным уравнением x=$f(x)$. На третьем этапе строится итерационный процесс, позволяющий определить значение корня уравнения
- на первом этапе изучается расположение корней и проводится их разделение, т.е. находится интервал $[a,b]$ оси Ox, внутри которого находится ровно один корень. На втором этапе, используя заданное начальное приближение, строится итерационный процесс, позволяющий уточнить значение корня уравнения $F(x)$=0

12. **В чем достоинство и недостаток метода Ньютона нахождения корней нелинейного уравнения?**

- метод Ньютона наиболее прост в организации вычислительного процесса. Недостаток метода - достаточно медленная сходимость
- метод Ньютона имеет наибольшую точность нахождения корней уравнения. Недостаток метода - медленная сходимость, что приводит к значительным затратам машинного времени при решении сложных нелинейных уравнений
- метод Ньютона весьма быстро сходится. Недостаток метода - необходимость достаточно точного начального приближения, при неудачном выборе стартовой точки итерации могут расходиться

13. Опишите метод Гаусса решения системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)

- решение имеет два этапа: 1) прямой ход, когда исходная СЛАУ приводится к треугольному виду; 2) полученные коэффициенты при неизвестных и правые части уравнений используются при осуществлении обратного хода, то есть нахождения неизвестных из системы треугольного вида
- заданная СЛАУ приводится к эквивалентному виду. Исходя из произвольного начального вектора переменных x, строится итерационный процесс. При выполнении достаточных условий сходимости, получается последовательность векторов, неограниченно приближающихся к точному решению
- значения неизвестных получают по формулам $x_i = \frac{\det A_i}{\det A}$, где $\det A_i$ и $\det A$ определители матриц A_i и A соответственно. Матрица A_i образуется из матрицы A путем замены ее i-го столбца столбцом свободных членов

14. Решение системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) специального вида методом прогонки

- исходная система из n уравнений приводится к виду $x_i=\alpha_i+\beta_i x_{i+1}$ $(i=1,2,...,n-1)$. Числа α_i, β_i, называемые прогоночными коэффициентами, последовательно находятся в прямом ходе. При осуществлении обратного хода определяется x_n, а затем вычисляются значения $x_i(i=n-1,...,1)$, последовательно применяя рекуррентные формулы $x_i=\alpha_i+\beta_i x_{i+1}$.
- значения неизвестных могут быть получены по формулам $x_i = \frac{\det A_i}{\det A}$, где $\det A_i$ и $\det A$ - определители матриц A_i *и* A соответственно. Матрица A_i образуется из A путем замены ее i-го столбца столбцом свободных членов.
- заданная СЛАУ приводится к эквивалентному виду. Исходя из произвольного начального вектора переменных x, строится итерационный процесс. При выполнении достаточных условий сходимости, получается последовательность векторов, неограниченно приближающихся к точному решению

15. Дано уравнение $x^3 + x^2 - 1 =0$. Привести данное уравнение к виду, при котором выполняются достаточные условия сходимости для метода простой итерации на отрезке [0; 1].

- $x = x^{-2} -3$
- $x = (1-x^3)/3x$
- $x = \frac{1}{\sqrt{x+3}}$

16. Опишите процесс решения уравнения $F(x)$=0 методом простой итерации

- уравнение $F(x) = 0$ заменяется эквивалентным уравнением $x=\varphi(x)$. Задается начальное приближение x_0. Дальнейшие вычисления выполняют по следующей формуле $x_{k+1}=\varphi(x_k)$, (k – номер шага).
- для нахождения корня уравнения $F(x)$=0 требуется, чтобы на концах интервала $[a, b]$ функция $F(x)$ принимала значения противоположного знака. Далее осуществляем переход к новому интервалу, совпадающему с одной из половин предыдущего и обладающему тем же свойством. Процесс заканчивается, когда длина вновь полученного интервала станет меньше заданной точности ε. Корнем уравнения приближенно считается середина этого интервала
- для нахождения корня уравнения $F(x)$=0 требуется, чтобы функция $f(x)$ имела на интервале $[a,b]$ непрерывные производные 1-го и 2-го порядков, сохраняющие на $[a,b]$ постоянный знак. Для начала вычислений необходимо задание начального приближения x_0. Последующие приближения определяются по формуле $x_{k+1}=x_k - f(x_k) / f'(x_k)$, ($k$=0,1,…).

17. Метод Ньютона нахождения корней нелинейного уравнения

- уравнение $F(x) = 0$ заменяется эквивалентным уравнением $x=\varphi(x)$. Задается начальное приближение x_0. Дальнейшие вычисления выполняют по следующей формуле $x_{k+1}=\varphi(x_k)$, (k – номер шага).
- для нахождения корня уравнения $F(x)$=0 требуется, чтобы на концах интервала $[a, b]$ функция $F(x)$ принимала значения противоположного знака. Далее осуществляем переход к новому интервалу, совпадающему с одной из половин предыдущего и обладающему тем же свойством. Процесс заканчивается, когда длина вновь полученного интервала станет меньше заданной точности ε. Корнем уравнения приближенно считается середина этого интервала
- для нахождения корня уравнения $F(x)$=0 требуется, чтобы функция $f(x)$ имела на интервале $[a,b]$ непрерывные производные 1-го и 2-го порядков, сохраняющие на $[a,b]$ постоянный знак. Для начала вычислений необходимо задание начального приближения x_0. Последующие приближения определяются по формуле $x_{k+1}=x_k - f(x_k) / f'(x_k)$, ($k$=0,1,…).

18. Каковы недостатки решения системы уравнений методом Крамера?

- метод применим лишь для решения систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) с трехдиагональной матрицей коэффициентов
- реализация данного метода требует выполнения значительного количества арифметических операций и соответственно больших затрат машинного времени. Метод очень чувствителен к ошибкам округления
- метод дает менее точные результаты, чем другие методы решения СЛАУ. При этом требуется выполнение жестких условий сходимости

19. В чем заключается метод деления отрезка пополам?

- уравнение $F(x) = 0$ заменяется эквивалентным уравнением $x=\varphi(x)$. Задается начальное приближение x_0. Дальнейшие вычисления выполняют по следующей формуле $x_{k+1}=\varphi(x_k)$, (k – номер шага).

- для нахождения корня уравнения $F(x)=0$ требуется, чтобы на концах интервала $[a, b]$ функция $F(x)$ принимала значения противоположного знака. Далее осуществляем переход к новому интервалу, совпадающему с одной из половин предыдущего и обладающему тем же свойством. Процесс заканчивается, когда длина вновь полученного интервала станет меньше заданной точности ε. Корнем уравнения приближенно считается середина этого интервала

- для нахождения корня уравнения $F(x)=0$ требуется, чтобы функция $f(x)$ имела на интервале $[a,b]$ непрерывные производные 1-го и 2-го порядков, сохраняющие на $[a,b]$ постоянный знак. Для начала вычислений необходимо задание начального приближения x_0. Последующие приближения определяются по формуле $x_{k+1}=x_k - f(x_k) / f'(x_k)$, ($k$=0,1,…).

20. Проведите сравнение методов деления отрезка пополам (ДОП) и Ньютона по различным критериям (универсальность, скорость сходимости).

- метод Ньютона обладает большей универсальностью, чем метод ДОП, т.к. сходимость зависит только от выбора начальной точки. Вычисления методом ДОП можно начинать лишь с отрезка, на концах которого функция имеет разные знаки, а внутри этого интервала непрерывные производные 1-го и 2-го порядков. При решении практических задач не всегда удается проверить выполнение необходимых ограничений на выбор подобного интервала. Однако метод ДОП обладает более высокой скоростью сходимости.

- более универсальным является метод ДОП. Он гарантирует получение решения для любой непрерывной функции $f(x)$, если найден интервал, на котором она меняет знак. Метод Ньютона предъявляет к функции более жесткие требования. Сходимость метода Ньютона существенно зависит от выбора начальной точки. При реализации данного метода необходимо предусматривать вычисление производных функции для организации итерационного процесса и проверки условий сходимости. Важным преимуществом метода Ньютона является высокая скорость сходимости, обеспечивающая значительную экономию машинного времени при решении сложных нелинейных уравнений.

- методы Ньютона и ДОП имеют одинаковые необходимые и достаточные условия сходимости, поэтому применимы в одинаковых условиях. Однако метод ДОП обладает линейной скоростью сходимости, поэтому весьма быстро сходится в отличие от метода Ньютона, который обладает лишь квадратичной скоростью сходимости

Тест №4. Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений

1. Какой из перечисленных методов решения обыкновенных дифференциальных уравнений имеет наибольшую точность при одинаковом шаге изменения аргумента?

- метод Рунге-Кутты 4-го порядка
- метод Эйлера
- метод Эйлера-Коши (метод Рунге-Кутты 2-го порядка)

2. Какой порядок точности имеет метод Эйлера с пересчетом?

- первый
- второй
- третий
- четвертый

3. Какое решение позволяют получить численные методы?

- общее решение обыкновенного дифференциального уравнения
- частное решение обыкновенного дифференциального уравнения (задача Коши)
- общее решение однородного дифференциального уравнения

4. Сколько начальных условий должно быть задано при решении системы из двух обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка?

- 2
- 4
- 1
- 3

5. В чем отличие одношаговых методов решения задачи Коши от многошаговых?

- в одношаговых методах для получения решения в данной точке используется информация об одной предыдущей точке, а в многошаговых – информация о нескольких предыдущих точках
- одношаговые методы позволяют получить решение с заданной точностью за одну итерацию, а многошаговые – за несколько итераций
- в одношаговых методах шаг расчета постоянен, а в многошаговых может принимать различные значения

6. В каком виде получается численное решение задачи Коши методом Эйлера?

- в виде формулы $y=f(x)$
- в виде таблицы значений (x_i, y_i)
- в виде кусочно-линейных функций
- в виде квадратной матрицы

7. Что означает фраза «Численный метод имеет второй порядок точности»?

- это означает, что при уменьшении шага расчета в 10 раз погрешность численного метода уменьшается приблизительно в 20 раз
- это означает, что при уменьшении шага расчета в 10 раз погрешность численного метода уменьшается приблизительно в 100 раз
- это означает, что при уменьшении шага расчета в 10 раз погрешность численного метода уменьшается приблизительно в 5 раз
- это означает, что при уменьшении шага расчета в 10 раз погрешность численного метода уменьшается приблизительно в 10 раз

8. Какой порядок точности имеет метод Эйлера?
- первый
- второй
- третий
- четвертый

9. Как на практике оценивается погрешность численного метода решения задачи Коши?
- сравнением приближенного и точного решения задачи Коши в каждой точке
- погрешность численного метода постоянна и не зависит от вида дифференциального уравнения
- по правилу Рунге на основании сравнения решений, полученных при шагах расчета h и $h/2$

10. Для каких уравнений следует использовать переменный шаг решения?
- для уравнений, решения которых имеют участки с сильно различающимися скоростями изменения
- для уравнений, решениями которых являются тригонометрические функции
- для уравнений, решения которых лежат выше оси x

11. Преобразуйте обыкновенное дифференциальное уравнение третьего порядка $y'''+2y''-y'=x-3$ к системе обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка.
- $\begin{cases} z_0 = z_1' \\ z_1' = x-3-2\cdot z_2 + z_1 \\ z_2' = z_1 + z_0 \end{cases}$
- $\begin{cases} z_0' = z_1 \\ z_1' = z_2 \\ z_2' = x-3-2\cdot z_2 + z_1 \end{cases}$
- $\begin{cases} z_0' = z_1 + z_2 \\ z_1' = z_2 + z_0 \\ z_2' = x-3-2\cdot z_2 \end{cases}$

12. Сформулируйте краевую задачу для обыкновенного дифференциального уравнения (ОДУ) второго порядка?
- необходимо найти решение ОДУ, удовлетворяющее условиям $y(a)=A$, $y(b)=B$
- необходимо найти решение ОДУ, удовлетворяющее условиям $y(a)=A$, $y'(a)=B$
- необходимо найти решение ОДУ, удовлетворяющее условиям $y(a)=A$, $y'(a)=B$, $y''(a)=C$

13. В чем достоинство неявных методов решения дифференциальных уравнений?
- в том, что неявные методы абсолютно устойчивы и позволяют выбирать шаг по пространственной переменной независимо от шага по времени (или параметра, играющего роль времени)
- в том, что неявные методы являются более простыми в реализации в виде программного продукта
- в том, что неявные методы не требуют на каждом шаге по маршевой переменной (по времени) решения системы алгебраических уравнений

14. Применяя метод Эйлера, численно решить дифференциальное уравнение $y' = 0{,}5\,xy$ с начальным условием $y(0) = 1$ на отрезке [0; 1] с шагом $h = 0{,}2$
- $y(0{,}2) = 1{,}0000$; $y(0{,}4) = 1{,}0420$; $y(0{,}6) = 1{,}1952$; $y(0{,}8) = 1{,}3646$; $y(1{,}0) = 1{,}5644$
- $y(0{,}2)= 1{,}0200$; $y(0{,}4) = 1{,}0404$; $y(0{,}6) = 1{,}0612$; $y(0{,}8) = 1{,}0942$; $y(1{,}0) = 1{,}1321$
- $y(0{,}2)= 1{,}0000$; $y(0{,}4) = 1{,}0200$; $y(0{,}6) = 1{,}0608$; $y(0{,}8) = 1{,}1244$; $y(1{,}0) = 1{,}2144$

15. Численное решение методом Эйлера задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений.
- в методе Эйлера решение $y(x)$ дифференциального уравнения $y' = f(x,y)$ получается как предел последовательности функций $y_n(x)$, которые находятся по рекуррентной формуле $y_n(x) = y_0 + \int_{x_0}^{x} f(x, y_{n-1}(x))dx.$
- строится система равноотстоящих точек $x_i=x_0+i\cdot h$ (i = 0, 1, 2, ...). При Вычисления значений $y(x_i)$, являющихся решением дифференциального уравнения $y' = f(x,y)$, проводятся в два этапа. На первом этапе находится

промежуточное значение $\bar{y}_i = y_i + \alpha h f(x_i, y_i)$ с шагом *аh,* на втором этапе - $y_{i+1} = y_i + (1-\sigma)hf(x_i, y_i) + \sigma hf(x_i + \alpha h, \bar{y}_i)$, где *a* > 0, σ > 0 - параметры, определяемые из соображений точности

- строится система равноотстоящих точек $x_i = x_0 + i \cdot h$ (*i* = 0, 1, 2,...) при достаточно малом шаге *h.* Приближенные значения $y(x_i)$, являющиеся решением дифференциального уравнения $y' = f(x,y)$, вычисляются последовательно по формулам $y_{i+1} = y_i + hf(x_i, y_i)$

16. Почему метод Рунге-Кутта называется самостартующим?

- метод Рунге-Кутта называется самостартующим, т.к. для вычисления y_{i+1} нужно использовать лишь имеющеюся информацию о *r* предыдущих точках (x_{i+1}, y_{i+1}), (x_{i-1}, y_{i-1}), …, (x_{i-r}, y_{i-r}), (*r*- шаговый метод)
- метод Рунге-Кутта называется самостартующим, т.к. для вычисления y_{i+1} нужно знать лишь одно значение, и с помощью этого метода можно начинать решение дифференциального уравнения
- метод Рунге-Кутта называется самостартующим, т.к. невязка или погрешность аппроксимации разностной схемы стремится к нулю при измельчении сетки

17. Построение разностной схемы для численного решения обыкновенного дифференциального уравнения

- область непрерывного изменения аргумента заменяется некоторым конечным множеством точек, лежащих в этой области. Это множество называется разностной сеткой. Для одномерной задачи примером пространственной разностной сетки являются совокупность точек разбиения отрезка на *N* частей. Точки деления x_i отрезка называют узлами сетки. Расстояние между узлами $x_{i+1} – x_i = h$ есть шаг сетки
- заданный отрезок [*a, b*] заменяется системой частичных отрезков $[x_i, x_{i+1}]$ равной длины, называемой разностной сеткой. Расстояние между концами интервала $x_{i+1} – x_i = h$ есть единичная длина сетки. На каждом отрезке $[x_i, x_{i+1}]$ осуществляется численное решение дифференциального уравнения
- пусть для некоторого множества точек $x_o, x_1, …, x_n$ исходной области известны табличные значения функции *y=f(x),* являющейся решением дифференциального уравнения. Данное множество значений функции $y_0, y_1, …, y_n$ называемых узлами, есть разностная сетка. Расстояние между узлами $y_{i+1} – y_i = h$ называется шагом сетки

18. В чем состоит суть численных (конечно-разностных) методов решения обыкновенных дифференциальных уравнений (ДУ)?

- суть данных методов состоит в следующем. Полагается, что погрешность *е* можно представить в виде полинома *n*-ой степени. Если разностная схема устойчива, то рост любого возмущения ограничен, следовательно, можно взять интеграл Фурье от данного полинома. В таком случае для условия устойчивости конечно-разностной схемы получается неравенство вида $|r|=|\alpha\Delta t/\Delta x|\le 1$
- в рассматриваемой области пространства вместо непрерывной среды, состояние которой описывается функциями непрерывного аргумента, вводится ее разностный аналог. Эта дискретная модель среды описывается функциями дискретного аргумента, которые определены в конечном числе точек на сетке. ДУ заменяются соответствующими конечно-разностными соотношениями. В итоге исследуемая задача заменяется системой разностных уравнений - разностной схемой
- строится система равноотстоящих точек $x_i = x_0 + i \cdot h$ (*i* = 0, 1, 2,...). Вычисления значений $y(x_i)$, являющихся решением ДУ $y' = f(x,y)$, проводятся в два этапа. На первом этапе решение заменяется интерполяционным полиномом Лагранжа с шагом *h* на втором этапе находится решение в промежуточных точках

19. Применяя метод Эйлера, найти решение обыкновенного дифференциального уравнения $y'=y - 2x/y$ на интервале [0; 1] с начальным условием $y(0) = 1$, выбрав шаг h = 0,2

- *y*(0,2)= 1,2000; *y*(0,4)= 1,4205; *y*(0,6) = 1,9562; *y*(0,8) = 2,3646; *y*(1,0) = 3,0644
- *y*(0,2) = 0,9200; *y*(0,4) = 0,9040; *y*(0,6) = 0,8612; *y*(0,8) = 0,7942; *y*(1,0) = 0,7321
- *y*(0,2) = 1,2000; *y*(0,4) = 1,3733; *y*(0,6) = 1,5294; *y*(0,8) = 1,6786; *y*(1,0) = 1,8237

20. Что является решением задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения?

- функция *y=f(x)*
- координаты точки (x_0, y_0)
- уравнение касательной *y=kx+b*
- система линейных уравнений

Критерии оценки:

Приведены в разделе 2

Наименование: контрольная работа
Представление в ФОС: набор вариантов заданий
Варианты заданий:

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №1

Дана функция в табличном виде. Произвести интерполяцию функции. Построить графики полученных интерполирующих функций.

1) Кусочно-линейную.
2) Квадратичную.
3) Сплайнами.
4) Многочленом Лагранжа.
5) Многочленом Ньютона.

Дана функция в табличном виде. Найти методом наименьших квадратов:

1) линейную аппроксимирующую функцию.
2) квадратичную аппроксимирующую функцию.
3) степенную аппроксимирующую функцию.
4) логарифмическую аппроксимирующую функцию.
5) экспоненциальную аппроксимирующую функцию.
6) Изобразить графики полученных функций и отметить исходные данные точками в той же системе координат.
7) выбрать наилучшую аппроксимирующую функцию

x	y
1	5
2	8,5
5	3
8	2,2
15	0

Контрольная работа №2

1. Найти решение задачи Коши для дифференциального уравнения первого порядка на равномерной сетке отрезка *[a, b]* один раз с шагом $h=0,1$, другой – с шагом $h=0,2$ методами Эйлера, Эйлера с пересчетом, Рунге-Кутта.
2. Оценить погрешность численного решения по принципу Рунге.
3. Подобрать шаг h, который обеспечивает решение методом Рунге-Кутта с точностью 10^{-3}. Начальное значение шага определить по формуле $h_0 = \sqrt[4]{\varepsilon}$.
4. Построить графики полученных интегральных кривых.
5. Сравнить численное решение с точным.

$$y' = \frac{1+xy}{x^2},\ y\big|_{x=1} = 0,\ 1 \le x \le 2,\ \varphi(x) = \frac{1}{2}\left(x - \frac{1}{x}\right)$$

Дано ОДУ и граничные условия:

$$y'' + p(x)\cdot y' + q(x)\cdot y = f(x)$$

$$y(a) = A, \quad y(b) = B$$

1. Решить на отрезке *[a,b]* краевую задачу методом стрельбы с точностью $\varepsilon=0,002$.
2. Решить на отрезке *[a,b]* краевую задачу методом конечных разностей с точностью $\varepsilon=0,002$.
3. Построить интегральную кривую для п. 1 и 2.
4. Сделать выводы.

Критерии оценки:

Приведены в разделе 2

Наименование: работа на практических занятиях: текущий контроль выполнения заданий.

***Представление в ФОС*:** перечень заданий

Варианты заданий:

<u>Практическая работа №1</u>

Дана функция в табличном виде.

1. Произвести интерполяцию функции следующими методами:
   - кусочно-линейную;
   - квадратичную;
   - кубическими сплайнами;
   - Многочленом Ньютона.
2. Построить графики полученных интерполирующих функций.

Для вычислений использовать Microsoft Excel или OpenOffice.Calc.

Вариант 1		Вариант 2		Вариант 3		Вариант 4		Вариант 5	
x	y	x	y	x	y	x	y	x	y
1	5	1	1	2	6	0,5	3	1	5
2	8,5	3,5	2,3	3	3	1	2,5	2	5,5
5	3	5	5	3,5	4	3	3,5	4	2
8	2,2	7	4,1	5	3,5	6	5	7	3

Вариант 6		Вариант 7		Вариант 8		Вариант 9		Вариант 10	
x	y	x	y	x	y	x	y	x	y
0,5	0,5	0,5	3	1	2	0,5	1,5	1,5	1
1	3,5	1	2	2	1	1	3	3	2,2
3	4	4	2,5	5	1,5	3	6,2	4	4
6	5,3	6	1,5	7,5	3,2	6	4	6	3
9	3	9	2	8	3	9	2,6	10	3,5

Дана функция трех переменных в табличном виде $f(x, y, z)$.

1. Выполнить среднеквадратичное приближение функции с использованием линейного уравнения $f = a + bx + cy + dz$, где a, b, c, d - коэффициенты.
2. Выполнить среднеквадратичное приближение функции с использованием степенного уравнения $f = a \cdot x^b \cdot y^c \cdot z^d \cdot$
3. Сравнить качество двух приближающих функций с помощью коэффициента детерминации R^2.

Вариант 1					
x	*y*	*z*			
		13	15	17	20
6	0,06	**0,09**	**0,1**	**0,12**	**0,14**
6	0,1	**0,14**	**0,16**	**0,18**	**0,21**
6	0,16	**0,2**	**0,23**	**0,26**	**0,31**
8	0,06	**0,11**	**0,13**	**0,15**	**0,17**
8	0,1	**0,18**	**0,21**	**0,24**	**0,28**
8	0,16	**0,27**	**0,31**	**0,35**	**0,41**
8	0,2	**0,31**	**0,36**	**0,4**	**0,48**
10	0,06	**0,14**	**0,17**	**0,19**	**0,22**
10	0,1	**0,23**	**0,26**	**0,3**	**0,35**
10	0,16	**0,33**	**0,38**	**0,43**	**0,51**
10	0,2	**0,39**	**0,45**	**0,51**	**0,6**
12	0,1	**0,27**	**0,32**	**0,36**	**0,42**
12	0,16	**0,41**	**0,48**	**0,54**	**0,64**
12	0,2	**0,48**	**0,56**	**0,63**	**0,74**
12	0,3	**0,66**	**0,76**	**0,86**	**1**

Вариант 2					
x	*y*	*z*			
		23	26	30	35
6	0,06	**0,16**	**0,18**	**0,21**	**0,24**
6	0,1	**0,24**	**0,28**	**0,32**	**0,37**
6	0,16	**0,35**	**0,4**	**0,46**	**0,54**
8	0,06	**0,2**	**0,23**	**0,26**	**0,31**
8	0,1	**0,32**	**0,36**	**0,42**	**0,49**
8	0,16	**0,48**	**0,54**	**0,62**	**0,72**
8	0,2	**0,55**	**0,62**	**0,72**	**0,83**
10	0,06	**0,26**	**0,29**	**0,33**	**0,39**
10	0,1	**0,4**	**0,46**	**0,52**	**0,61**
10	0,16	**0,58**	**0,66**	**0,76**	**0,89**
10	0,2	**0,69**	**0,78**	**0,9**	**1,05**
12	0,1	**0,49**	**0,62**	**0,64**	**0,74**
12	0,16	**0,73**	**0,83**	**0,96**	**1,1**
12	0,2	**0,85**	**0,97**	**1,1**	**1,3**
12	0,3	**1,16**	**1,3**	**1,5**	**1,76**

Вариант 3					
x	*y*	*z*			
		13	15	17	20
16	0,16	**0,54**	**0,63**	**0,71**	**0,84**
16	0,2	**0,62**	**0,72**	**0,81**	**0,96**
16	0,3	**0,88**	**1**	**1,15**	**1,36**
16	0,4	**1,1**	**1,3**	**1,45**	**1,7**
20	0,16	**0,66**	**0,77**	**0,87**	**1**
20	0,2	**0,79**	**0,91**	**1**	**1,21**
20	0,3	**1,1**	**1,27**	**1,44**	**1,68**
20	0,4	**1,39**	**1,6**	**1,81**	**2,13**
25	0,16	**0,83**	**0,96**	**1,1**	**1,28**

Вариант 4					
x	*y*	*z*			
		23	26	30	35
16	0,16	**0,96**	**1,1**	**1,37**	**1,46**
16	0,2	**1,1**	**1,25**	**1,57**	**1,67**
16	0,3	**1,56**	**1,76**	**2,2**	**2,4**
16	0,4	**1,97**	**2,2**	**2,8**	**3**
20	0,16	**1,17**	**1,32**	**1,53**	**1,8**
20	0,2	**1,39**	**1,57**	**1,8**	**2,1**
20	0,3	**1,94**	**2,2**	**2,5**	**2,95**
20	0,4	**2,46**	**2,78**	**3,2**	**3,74**
25	0,16	**1,46**	**1,66**	**1,92**	**2,23**

25	0,2	**0,98**	**1,1**	**1,28**	**1,5**	25	0,2	**1,72**	**1,95**	**2,28**	**2,63**
25	0,3	**1,38**	**1,58**	**1,8**	**2,1**	25	0,3	**2,42**	**2,75**	**3,2**	**3,7**
25	0,4	**1,75**	**2**	**2,28**	**2,7**	25	0,4	**3,1**	**3,5**	**4**	**4,7**
32	0,16	**1,06**	**1,24**	**1,39**	**1,63**	32	0,16	**1,88**	**2,1**	**2,45**	**2,86**
32	0,2	**1,28**	**1,48**	**1,67**	**1,97**	32	0,2	**2,28**	**2,56**	**3**	**3,45**
32	0,3	**1,68**	**1,94**	**2,2**	**2,6**	32	0,3	**3**	**3,37**	**3,9**	**4,5**
32	0,4	**2,24**	**2,56**	**2,9**	**3,4**	32	0,4	**4**	**4,45**	**5,15**	**6**

Практическая работа №2

1. Найти определенный интеграл функции методами центральных прямоугольников, трапеций, Симпсона.
2. Оценить погрешности каждого из методов при различных интервалах разбиения диапазона интегрирования (4, 8, 16 участков) с использованием правила Рунге.
3. Сделать выводы.

Вариант 1

$$\int_0^1 \sqrt{e^x + 1}dx$$

Вариант 2

$$\int_0^1 \frac{2+x}{2-x}dx$$

Вариант 3

$$\int_0^1 \frac{xe^x}{(1+x)^2}dx$$

Вариант 4

$$\int_0^1 \frac{2x+1}{\sqrt{x^2+1}}dx$$

Вариант 5

$$\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{2+x}}dx$$

Вариант 6

$$\int_{-1}^1 \frac{1+x^2}{1+x^4}dx$$

Вариант 7

$$\int_{-1}^1 \frac{x}{1+x+x^2}dx$$

Вариант 8

$$\int_1^e (x\ln(x))^2 dx$$

Вариант 9

$$\int_0^\pi \frac{\sin^2 x}{1+\cos x}dx$$

Вариант 10

$$\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt{x+1}+\sqrt{(x+1)^3}}$$

Практическая работа №3

1. Построить график функции *F(x)* на заданном интервале.
2. Решить уравнение методом деления отрезка пополам. Найти требуемое число итераций.
3. Решить уравнение методом Ньютона. Найти требуемое число итераций. В качестве начального решения использовать начало или конец интервала.
4. Решить уравнение методом простых итераций. Определить значение параметра τ, обеспечивающего минимальное число итераций.
5. Сделать выводы.

Вариант 1

$F(r) = \frac{0{,}85}{r} \cdot [2{,}6r + \ln(530r)] - 17$,

интервал поиска $[0{,}1;\, 2]$, допустимая погрешность переменной ε=0,0001.

Вариант 2

$F(l) = \frac{\ln(1000l^2) + 4{,}9}{0{,}6l} - 40$

интервал поиска $[0{,}1;\, 1]$, допустимая погрешность переменной ε=0,0001.

Вариант 3

$F(R) = 9R \cdot [3000R + \ln(50200R) - 1] - 100$

интервал поиска $[0{,}01;\, 0{,}2]$, допустимая погрешность переменной ε=0,0001.

Вариант 4

$$F(T)=\frac{T^2+700T-210000}{T^2-700T+210000}-1{,}5$$
интервал поиска $[200, 800]$, допустимая погрешность переменной ε=0,1.

Вариант 5

$$F(D)=270\cdot\lg\left(2D+\sqrt{1+4D^2}\right)-600$$
интервал поиска $[5, 100]$, допустимая погрешность переменной ε=0,01.

Вариант 6

$$F(D)=\frac{0{,}09\cdot(1+1000D)}{D\cdot\ln(1000D)}-30$$
интервал поиска $[0{,}01, 0{,}1]$, допустимая погрешность переменной ε=0,0001.

Вариант 7

$$F(\lambda)=\frac{0{,}14\cdot\left(1+0{,}04\lambda^2\right)}{\sqrt{\lambda}\cdot\left(1-0{,}05\lambda^2\right)}-0{,}8$$
интервал поиска $[0{,}01, 0{,}1]$, допустимая погрешность переменной ε=0,0001.

Вариант 8

$$G(F)=F+2e^{0{,}5F}-10$$
интервал поиска $[0, 8]$, допустимая погрешность переменной ε=0,001.

Вариант 9

$$F(x)=0{,}8x^3-\cos(2x+0{,}2)$$
интервал поиска $[-2, 2]$, x – в радианах, допустимая погрешность переменной ε=0,001.

Вариант 10

$$F(x)=-x\cos(x+0{,}2)-1$$
интервал поиска $[-1, 3]$, x – в радианах, допустимая погрешность переменной ε=0,001.

Практическая работа №4

1. Найти решение задачи Коши для дифференциального уравнения первого порядка на равномерной сетке отрезка *[a, b]* один раз с шагом *h=0,1*, другой – с шагом *h=0,2* методами Эйлера, Эйлера с пересчетом, Рунге-Кутта.
2. Оценить погрешность численного решения по принципу Рунге.
3. Подобрать шаг *h*, который обеспечивает решение методом Рунге-Кутта с точностью 10^{-3}. Начальное значение шага определить по формуле $h_0=\sqrt[4]{\varepsilon}$.
4. Построить графики полученных интегральных кривых.
5. Сравнить численное решение с точным. Результаты представить в виде таблицы:

<table>
<tr><th colspan="7">Название метода</th></tr>
<tr><td rowspan="2">i</td><td rowspan="2">x_i</td><td colspan="2">y_i</td><td rowspan="2">$\varphi(x_i)$</td><td colspan="2">d_i</td></tr>
<tr><td>h=0.1</td><td>h=0.2</td><td>h=0.1</td><td>h=0.2</td></tr>
<tr><td>0</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>1</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>2</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>3</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>4</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>5</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

Вариант 1

$$y'=\frac{1+xy}{x^2},\ y\big|_{x=1}=0,\ 1\le x\le 2,\ \varphi(x)=\frac{1}{2}\left(x-\frac{1}{x}\right)$$

Вариант 2

$$y'=y-\frac{2x}{y},\ y\big|_{x=0}=1,\ 0\le x\le 1,\ \varphi(x)=\sqrt{2x+1}$$

Вариант 3

$$y'=x+\frac{3y}{x},\ y\big|_{x=1}=0,\ 1\le x\le 2,\ \varphi(x)=x^2(x-1)$$

Вариант 4

$$y'=xy,\ y\big|_{x=0}=1,\ 0\le x\le 1,\ \varphi(x)=e^{x^2/2}$$

Вариант 5

$$y'=\frac{y^2+xy}{x^2},\ y\big|_{x=1}=1,\ 1\le x\le 2,\ \varphi(x)=\frac{x}{1-\ln x}$$

Вариант 6

$y'=\frac{1-y+\ln x}{x}$, $y\big|_{x=1}=0$, $1\le x\le 2$, $\varphi(x)=\ln x$

Вариант 7

$y'=\frac{x+y}{x}$, $y\big|_{x=1}=0$, $1\le x\le 2$, $\varphi(x)=x\ln x$

Вариант 8

$y'+2xy=xe^{-x^2}$, $y\big|_{x=0}=0$, $0\le x\le 1$, $\varphi(x)=\frac{1}{2}x^2e^{-x^2}$

Вариант 9

$y'+y\cos x=\frac{1}{2}\sin 2x$, $y\big|_{x=0}=0$, $0\le x\le 1$, $\varphi(x)=\sin x+e^{-\sin x}-1$

Вариант 10

$y'+y\cdot\tan x=\sin 2x$, $y\big|_{x=0}=-1$, $0\le x\le 1$, $\varphi(x)=(1-2\cos x)\cos x$

Критерии оценки:

Приведены в разделе 2

2 Критерии оценки:

Уровень освоения компетенции							
№	Компетенции	Дескрипторы	Вид, форма оценочного мероприятия	Компетенция освоена*			
				отлично	хорошо	удовлетворительно	неудовлетворительно
	ПК-1. Способность применять способы рационального использования необходимых видов ресурсов в машиностроительных производствах, выбирать основные и вспомогательные материалы для изготовления их изделий, способы реализации основных технологических процессов, аналитические и численные методы при разработке их математических моделей, а также современные методы разработки малоотходных, энергосберегающих и экологически чистых машиностроительных технологий ПК-3. Способность участвовать в постановке целей проекта (программы), его задач при заданных критериях, целевых функциях, ограничениях, разработке структуры их взаимосвязей, определении приоритетов решения задач с учетом правовых, нравственных аспектов профессиональной деятельности	З1. Численные методы аппроксимации З2. Численные методы интегрирования и дифференцирования З3. Численные методы решения уравнений и систем уравнений З4. Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений	Контрольная работа тест	Правильно выполнены все задания. Продемонстрирован высокий уровень владения материалом. Проявлены превосходные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	Правильно выполнена большая часть заданий. Присутствуют незначительные ошибки. Продемонстрирован хороший уровень владения материалом. Проявлены средние способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий	Задания выполнены более чем наполовину. Присутствуют серьёзные ошибки. Продемонстрирован удовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены низкие Способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	Задания выполнены менее чем наполовину. Продемонстрирован неудовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены недостаточные способности применять знания и умения к выполнению
		У1. Использовать основные численные методы решения прикладных математических задач У2. Оценивать точность и достоверность численного решения прикладных математических задач Н1. Использование прикладных программных продуктов для реализации численных методов решения прикладных задач.	Работа на практических занятиях: текущий контроль выполнения заданий	Правильно выполнены все задания. Продемонстрирован высокий уровень владения материалом. Проявлены превосходные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	Правильно выполнена большая часть заданий. Присутствуют незначительные ошибки. Продемонстрирован хороший уровень владения материалом. Проявлены средние способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий	Задания выполнены более чем наполовину. Присутствуют серьёзные ошибки. Продемонстрирован удовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены низкие Способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	Задания выполнены менее чем наполовину. Продемонстрирован неудовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены недостаточные способности применять знания и умения к выполнению

		Дескрипторы	**Вид, форма оценочного мероприятия**	**зачет**			**незачет**
		У1. Использовать основные численные методы решения прикладных математических задач У2. Оценивать точность и достоверность численного решения прикладных математических задач Н1. Использование прикладных программных продуктов для реализации численных методов решения прикладных задач.	зачет	Обучающийся обнаружил знание основного учебно-программного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по специальности, справился с выполнением заданий, предусмотренных программой дисциплины.			Обучающийся обнаружил значительные пробелы в знаниях основного учебно-программного материала, допустил принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий и не способен продолжить обучение или приступить по окончании университета к профессиональной деятельности без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине