

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Воткинский филиал
Федерального государственного бюджетного образовательного
учреждения высшего образования
«Ижевский государственный технический университет имени М.Т. Калашникова»
(ВФ ФГБОУ ВО «ИжГТУ имени М.Т. Калашникова»)



УТВЕРЖДАЮ

Директор

Давыдов И.А.

2025 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Математический анализ

направление 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника»

профиль «Автоматизированные системы обработки информации и управления»

уровень образования: бакалавриат

форма обучения: заочная

общая трудоемкость дисциплины составляет: 4 зачетных единиц(ы)

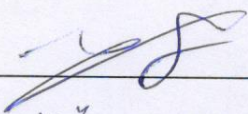
Кафедра Естественные науки и информационные технологии

Составитель _____

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта высшего образования и рассмотрена на заседании кафедры

Протокол от «10» апреля 2025 г. № 3

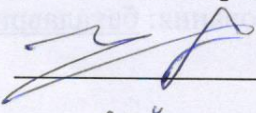
Заведующий кафедрой

 К.Б. Сентяков
«10» апреля 2025 г.

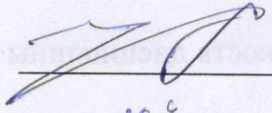
СОГЛАСОВАНО

Количество часов рабочей программы и формируемые компетенции соответствуют учебному плану направления 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника», профиль «Автоматизированные системы обработки информации и управления»

Председатель учебно-методической комиссии по направлению 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника», профиль «Автоматизированные системы обработки информации и управления»

 К.Б. Сентяков
«10» апреля 2025 г.

Руководитель образовательной программы

 К.Б. Сентяков
«10» апреля 2025 г.

Аннотация к дисциплине

Название дисциплины	Математический анализ
Направление подготовки (специальность)	09.03.01 "Информатика и вычислительная техника"
Направленность (профиль/программа/специализация)	Автоматизированные системы обработки информации и управления
Место дисциплины	Обязательная часть Блока 1 «Дисциплины (модули)» ООП.
Трудоемкость (з.е. / часы)	4 з.е./144 часов
Цель изучения дисциплины	Освоение студентами знаний в области основ математического анализа, а также приемов и методов решения практических задач.
Компетенции, формируемые в результате освоения дисциплины	ОПК-1. Способен применять естественнонаучные и инженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности.
Содержание дисциплины (основные разделы и темы)	• Введение в математический анализ; • Дифференциальное исчисление функции одной переменной; • Исследование с помощью производных; • Неопределенный интеграл; • Определенный интеграл; • Функции нескольких переменных; • Элементы теории функций и функционального анализа.
Форма промежуточной аттестации	Экзамен (1 семестр)

1. Цели и задачи дисциплины:

Целью освоения дисциплины является освоения студентами знаний в области основ математического анализа, а также приемов и методов решения практических задач.

Задачи дисциплины:

- изучение основных, фундаментальных понятий и методов математического анализа;
- обеспечение математическим аппаратом естественнонаучных, общепрофессиональных и специальных дисциплин;
- формирование навыков использования методов математического анализа для решения прикладных и научных задач.

2. Планируемые результаты обучения

В результате освоения дисциплины у студента должны быть сформированы

Знания, приобретаемые в ходе освоения дисциплины

№ п/п З	Знания
1.	Знать основы математического анализа.

Умения, приобретаемые в ходе освоения дисциплины

№ п/п У	Умения
1.	Использовать методы и средства математического анализа для решения различных задач прикладного характера;
2.	Использовать методы математического анализа при изучении дисциплин математического, естественнонаучного и профессионального цикла;

Навыки, приобретаемые в ходе освоения дисциплины

№ п/п Н	Навыки
1.	Владеть навыками использования математического аппарата для моделирования и исследования технических задач.

Компетенции, приобретаемые в ходе освоения дисциплины

Компетенции	Индикаторы	Знания	Умения	Навыки
ОПК-1. Способен применять естественнонаучные и общепрофессиональные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	ОПК-1.1.Знать: основы математики, физики, вычислительной техники и Программирования ОПК-1.2.Уметь: решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общепрофессиональных знаний, методов математического анализа и моделирования. ОПК-1.3.Владеть: навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности	1	1,2	1

Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина относится к обязательной части Блока 1 «Дисциплины (модули)» ООП. Дисциплина изучается на 1 курсе в 1 семестре.

Изучение дисциплины базируется на знаниях, умениях и навыках, полученных при освоении дисциплин (модулей): математика (среднее (полное) общее образование).

Перечень последующих дисциплин (модулей), для которых необходимы знания, умения и навыки, формируемые данной учебной дисциплиной (модулем): Интегралы и дифференциальные уравнения, Алгебра и геометрия.

3. Структура и содержание дисциплины

3.1. Структура дисциплины

№ п/ п	Раздел дисциплины. Форма промежуточной аттестации (по семестрам)	Всего часов на раздел	Семестр	Распределение трудоемкости раздела (в часах) по видам учебной работы					Содержание самостоятельной работы
				лек	прак	лаб	КЧА	СРС	
1	Введение в математический анализ	30	1	3	1			20	Подготовка к устному опросу, подготовка типовых расчетов
2	Дифференциальное исчисление функции одной переменной	30	1	2	2			20	Подготовка типовых расчетов
3	Исследование с помощью производных	29	1	1	2			20	Подготовка к контрольной работе
4	Неопределенный интеграл	27	1	2	2			17	Подготовка типовых расчетов
5	Определенный интеграл	26,5	1	1	1,5			18	Подготовка типовых расчетов
6	Функции нескольких переменных. Элементы теории функций и функционального анализа.	28,5	1	1	1,5			20	Подготовка к устному опросу, подготовка к контрольной работе
	Экзамен	9	1				0,4	8,6	Экзамен выставляется по совокупности результатов текущего контроля успеваемости и по билетам
	Итого:	144	1	10	10		0,4	123,6	

3.2. Содержание разделов курса и формируемых в них компетенций

№ п/п	Раздел дисциплины	Коды компетенции и индикаторов	Знания	Умения	Навыки	Форма контроля
1	Введение в математический анализ	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3	1	1,2	1	Устный опрос

2	Дифференциальное исчисление функции одной переменной	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3	1	1,2	1	Типовой расчет
3	Исследование с помощью производных	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3	1	1,2	1	Контрольная работа.
4	Неопределенный интеграл	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3	1	1,2	1	Типовой расчет
5	Определенный интеграл	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3	1	1,2	1	Типовой расчет
6	Функции нескольких переменных. Элементы теории функций и функционального анализа.	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3	1	1,2	1	Устный опрос

3.3. Наименование тем лекций, их содержание и объем в часах

№ п/п	№ раздела дисциплины	Наименование лекций	Трудоемкость (час)
1.	1	1. Аксиомы множества действительных чисел. Расширенное множество действительных чисел. Верхняя и нижняя грани числового множества. Свойство Архимеда. Лемма о вложенных отрезках. 2. Числовая последовательность. Предел числовой последовательности. Свойства сходящихся последовательностей. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. 3. Монотонные последовательности. Теоремы существования предела последовательности. Второй замечательный предел. Критерий Коши. 4. Предел функции в точке (по Коши, по Гейне). Теоремы существования предела функции. Эквивалентные бесконечно малые функции и их свойства.	3
2.	2	1. Непрерывность функции в точке. Условие необходимое и достаточное непрерывности функции в точке. Классификация точек разрыва. Свойства функций, непрерывных на отрезке. 2. Дифференцируемость функции в точке. Необходимые и достаточные условия дифференцируемости функции. Дифференцирование сложных и обратных функций. Дифференциал функции. 3. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница. Дифференцирование функций, заданных параметрически. Теорема Ролля, Лангранжа, Коши. 4. Правила Лопиталья. Формулы Тейлора-Маклорена. Разложение некоторых элементарных функций по формуле Маклорена.	2
3.	3	1. Экстремум функции. Необходимые и достаточные условия существования экстремума функции по n-ой производной. 2. Выпуклость графика функции. Точки перегиба графика функции. Условия необходимые и достаточные точки перегиба. Асимптоты графика функции.	1

4.	4	1. Первообразная. Неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла. Табличные интегралы. Теорема о замене переменной в неопределенном интеграле. Интегрирование по частям. 2. Элементарные дроби и их интегрирование. Метод Лангранжа. Интегрирование простейших иррациональностей. 3. Теорема Чебышева. Интегрирование рациональных выражений относительно синуса и косинуса. Тригонометрические подстановки. "Не берушиеся" интегралы.	2
5.	5	1. Интеграл по Риману. Теоремы существования определенного интеграла. Свойства определенного интеграла. 2. Интеграл с переменным верхним пределом и его свойства. Формула	1
		Ньютона-Лейбница. Теорема о замене переменной в определенном интеграле. Теорема о среднем. 3. Приложения определенного интеграла. Вычисление площадей плоских фигур, длин дуг и объемов тел вращения.	
6.	6	1. Линейное пространство. Евклидово пространство E_n . Метрическое пространство. Множества точек в пространстве E_n . Сходящиеся последовательности. 2. Функция нескольких переменных (основные понятия). Множества уровня. Предел функции нескольких переменных. Непрерывность функции нескольких переменных. 3. Частные производные функции нескольких переменных. Дифференцируемость. Условия необходимые и достаточные дифференцируемости функции нескольких переменных. 4. Дифференцирование сложных функций нескольких переменных. Дифференциал и его свойства. Производная по направлению, градиент. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. 5. Дифференцирование неявных функций нескольких переменных. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора. 6. Экстремум функции нескольких переменных. Условия необходимые и достаточные существования экстремума. Условный экстремум функции нескольких переменных. Метод неопределенных множителей Лангранжа.	1
	Всего		10

3.4. Наименование тем практических занятий, их содержание и объем в часах

№ п/п	№ раздела дисциплины	Наименование практических работ	Трудоемкость (час)
1.	1	1.1. Аксиомы множества действительных чисел. Расширенное множество действительных чисел. Верхняя и нижняя грани числового множества. Свойство Архимеда. Лемма о вложенных отрезках. 1.2. Числовая последовательность. Предел числовой последовательности. Свойства сходящихся последовательностей. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. 1.3. Монотонные последовательности. Теоремы существования предела последовательности. Второй замечательный предел. Критерий Коши. 1.4. Предел функции в точке (по Коши, по Гейне). Теоремы существования предела функции. Эквивалентные бесконечно малые функции и их свойства.	1

2.	2	2.1.Непрерывность функции в точке. Условие необходимое и достаточное непрерывности функции в точке. Классификация точек разрыва. Свойства функций, непрерывных на отрезке. 2.2.Дифференцируемость функции в точке. Необходимые и достаточные условия дифференцируемости функции. Дифференцирование сложных и обратных функций. Дифференциал функции. 2.3.Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница. Дифференцирование функций, заданных параметрически. Теорема Ролля, Лангранжа, Коши. 2.4.Правила Лопиталю. Формулы Тейлора-Маклорена. Разложение некоторых элементарных функций по формуле Маклорена.	2
3.	3	3.1.Экстремум функции. Необходимые и достаточные условия существования экстремума функции по n-ой производной. 3.2.Выпуклость графика функции. Точки перегиба графика функции. Условия необходимые и достаточные точки перегиба. Асимптоты графика функции.	2
4.	4	4.1.Первообразная. Неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла. Табличные интегралы. Теорема о замене переменной в неопределенном интеграле. Интегрирование по частям. 4.2.Элементарные дроби и их интегрирование. Метод Лангранжа. Интегрирование простейших иррациональностей. 4.3.Теорема Чебышева. Интегрирование рациональных выражений относительно синуса и косинуса. Тригонометрические подстановки. "Не берущиеся" интегралы.	2
5.	5	5.1.Интеграл по Риману. Теоремы существования определенного интеграла. Свойства определенного интеграла. 5.2.Интеграл с переменным верхним пределом и его свойства. Формула НьютонаЛейбница. Теорема о замене переменной в определенном интеграле. Теорема о среднем. 5.3.Приложения определенного интеграла. Вычисление площадей плоских фигур, длин дуг и объемов тел вращения.	1,5
6.	6	6.1.Линейное пространство. Евклидово пространство E_n . Метрическое пространство. Множества точек в пространстве E_n . Сходящиеся последовательности. 6.2.Функция нескольких переменных (основные понятия). Множества уровня. Предел функции нескольких переменных. Непрерывность функции нескольких переменных. 6.3.Частные производные функции нескольких переменных. Дифференцируемость. Условия необходимые и достаточные дифференцируемости функции нескольких переменных. 6.4.Дифференцирование сложных функций нескольких переменных. Дифференциал и его свойства. Производная по направлению, градиент. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. 6.5.Дифференцирование неявных функций нескольких переменных. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора. 6.6.Экстремум функции нескольких переменных. Условия необходимые и достаточные существования экстремума. Условный экстремум функции нескольких переменных. Метод неопределенных множителей Лангранжа.	1,5
	Всего		10

4. Оценочные материалы для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине

Для контроля результатов освоения дисциплины проводятся:

- контрольные работы:
 1. "Дифференцирование"
 2. "Интегралы"
- защиты типовых расчетов:

1. «Пределы»
2. «Дифференцирование»
 - самостоятельная работа по теме;
 - экзамен.

Примечание: оценочные материалы (типовые варианты тестов, контрольных работ и др.) приведены в приложении к рабочей программе дисциплины.

Промежуточная аттестация по итогам освоения дисциплины – экзамен.

5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины:

а) основная литература:

1. Балабаева, Н. П. Математический анализ. Функции многих переменных [Электронный ресурс] : учебное пособие / Н. П. Балабаева, Е. А. Энбом. — Электрон. текстовые данные. — Самара : Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики, 2015. — 119 с. — 2227-8397. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/71852.html>
2. Рогова, Н. В. Математический анализ. Часть 2. Интегральное исчисление [Электронный ресурс] : учебное пособие / Н. В. Рогова, Л. А. Соловьева, О. В. Старожилова. — Электрон. текстовые данные. — Самара : Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики, 2017. — 225 с. — 2227-8397. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/75384.html>

б) дополнительная литература:

1. Задачи и упражнения по математическому анализу и дифференциальным уравнениям [Электронный ресурс] : учебное пособие / В. В. Власов, С. И. Митрохин, А. В. Прошкина [и др.]. — Электрон. текстовые данные. — Москва, Саратов : Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), Вузовское образование, 2017. — 376 с. — 978-5-4487-0077-4. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/67393.html>

в) перечень ресурсов информационно-коммуникационной сети Интернет

1. Электронно-библиотечная система IPRbooks <http://istu.ru/material/elektronno-bibliotechnayasistema-iprbooks>.
2. Электронный каталог научной библиотеки ИжГТУ имени М.Т. Калашникова Web ИРБИС http://94.181.117.43/cgi-bin/irbis64r_12/cgiirbis_64.exe?LNG=&C21COM=F&I21DBN=IBIS&P21DBN=IBIS.
3. Национальная электронная библиотека – <http://нэб.рф>.
4. Мировая цифровая библиотека – <http://www.wdl.org/ru/>.
5. Международный индекс научного цитирования Web of Science – <http://webofscience.com>.
6. Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU – <https://elibrary.ru/defaultx.asp>.
7. Справочно-правовая система КонсультантПлюс <http://www.consultant.ru/>

г) лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

- 1 LibreOffice (свободно распространяемое ПО)
- 2 Doctor Web (лицензионное ПО)

д) методические указания:

1. Индивидуальные задания по высшей математике: учеб. пособие. В 4 ч. Ч. 1. Линейная и векторная алгебра. Аналитическая геометрия. Дифференциальное исчисление функций одной переменной / А. П. Рябушко [и др.] ; под общ. ред. А. П. Рябушко. – 7-е изд. – Минск : Выш. шк., 2013. – 304 с. : ил.

2. Индивидуальные задания по высшей математике: учеб. пособие. В 4 ч. Ч.2. Комплексные числа. Неопределенные и определенные интегралы. Функции нескольких переменных. Обыкновенные дифференциальные уравнения / А. П. Рябушко [и др.] ; под общ. ред. А. П. Рябушко. – 6-е изд. – Минск : Выш. шк., 2014. – 396 с. : ил.

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

1. Лекционные занятия.

Учебные аудитории для лекционных занятий укомплектованы мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

2. Практические занятия.

Учебные аудитории для практических занятий укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения.

3. Самостоятельная работа.

Помещения для самостоятельной работы оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и доступом к электронной информационно-образовательной среде ВФ ФГБОУ ВО «ИжГТУ имени М.Т. Калашникова»:

- помещения для самостоятельной работы обучающихся (ауд.№ 224, адрес: 427430, Удмуртская Республика, г. Воткинск, ул. П.И. Шувалова, д. 1).

При необходимости рабочая программа дисциплины (модуля) может быть адаптирована для обеспечения образовательного процесса инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья, в том числе для обучения с применением дистанционных образовательных технологий. Для этого требуется заявление студента (его законного представителя) и заключение психологомедико-педагогической комиссии (ПМПК).

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Воткинский филиал
Федерального государственного бюджетного образовательного
учреждения высшего образования
«Ижевский государственный технический университет имени М.Т. Калашникова»
(ВФ ФГБОУ ВО «ИжГТУ имени М.Т. Калашникова»)

**Оценочные средства
по дисциплине**

Математический анализ

направление 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника»

профиль «Автоматизированные системы обработки информации и управления»

уровень образования: бакалавриат

форма обучения: заочная

общая трудоемкость дисциплины составляет: 4 зачетных единиц(ы)

1. Оценочные средства

Оценивание формирования компетенций производится на основе результатов обучения, приведенных в п. 2 рабочей программы и ФОС. Связь разделов компетенций, индикаторов и форм контроля (текущего и промежуточного) указаны в таблице 4.2 рабочей программы дисциплины.

Оценочные средства соотнесены с результатами обучения по дисциплине и индикаторами достижения компетенций, представлены ниже.

№ п/п	Коды компетенции и индикаторов	Результат обучения (знания, умения и навыки)	Формы текущего и промежуточного контроля
1	ОПК-1. Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности: ОПК-1.1. Знать: основы математики, физики, вычислительной техники и Программирования ОПК-1.2. Уметь: решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общетехнических знаний, методов математического анализа и моделирования. ОПК-1.3. Владеть: навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности	Знания: - Знать основы математического анализа. Умения: - Использовать методы и средства математического анализа для решения различных задач прикладного характера; - Использовать методы математического анализа при изучении дисциплин математического, естественнонаучного и профессионального цикла; Навыки: - Владеть навыками использования математического аппарата для моделирования и исследования технических задач.	Типовой расчет Контрольная работа Экзамен Самостоятельная работа

Описание элементов для оценивания формирования компетенций

Наименование: контрольная работа

Представление в ФОС: набор вариантов

заданий **Варианты заданий:**

Первый семестр:

Контрольная работа № 1 "Дифференцирование"

Вариант № 1.

1. Найти y' , если:

1) $y = \frac{2^{-x} \cos \pi x}{\sin(x^2 + 1)}$;

2) $y = 10^{\arctg^3 x}$;

3) $y = \ln \operatorname{ctg} \frac{x+1}{x}$.

2. Записать dy , если $y = (x^4 + 2x + 8)\sqrt{x}$.

3. Вычислить приближенно с помощью дифференциала $\arcsin 0,5011$.

4. По определению найти $f'(0)$, если

$$f(x) = \begin{cases} \ln(1 - \cos x) + x^2 \cos \frac{1}{x}, & x \neq 0; \\ 0, & x = 0. \end{cases}$$

5. Доказать, что функция $y = \operatorname{arccctg} \sqrt{\operatorname{tg}^2 x + C}$ при $\forall C$ ($C = \text{const}$) удовлетворяет уравнению

$$y' = -\frac{\sin x \sin^3 y}{\cos^3 x \cos y}.$$

Контрольная работа № 2 "Интегралы" Вариант № 1. 1.

1. Найти интегралы:

1) $\int \frac{\cos x}{\sqrt{\sin^2 x + 4}} dx;$

2) $\int \frac{e^x dx}{1 + e^x};$

3) $\int \frac{dx}{x^2 + 2x + 2}.$

2. Вычислить определенные интегралы

1) $\int_0^{2\pi} (1 - 8x^2) \cos 4x dx;$

2) $\int_3^5 \sqrt{\frac{2-x}{x-6}} dx;$

3) $\int_0^4 \sqrt{16 - x^2} dx.$

Критерии оценки:

Приведены в разделе 2

Наименование: защита типового расчета

Представление в ФОС: набор вариантов

заданий **Варианты заданий:**

Первый семестр

Типовой расчет № 1

«Пределы»

Вариант № 1

1. Доказать, что $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$ (указать $N(\varepsilon)$).

1.1. $a_n = \frac{3n-2}{2n-1}, \quad a = \frac{3}{2}.$

2. Вычислить пределы числовых последовательностей.

2.1. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3-n)^2 + (3+n)^2}{(3-n)^2 - (3+n)^2}.$

3. Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$3.1. \lim_{n \rightarrow \infty} n \left(\sqrt{n^2 + 1} - \sqrt{n^2 - 1} \right).$$

4. Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$4.1. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+1}{n-1} \right)^n.$$

5. Доказать, что функция $f(x)$ непрерывна в точке x_0 (найти $\delta(\varepsilon)$).

$$5.1. f(x) = 5x^2 - 1, \quad x_0 = 6.$$

6. Вычислить пределы функций.

$$6.1. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^3 - 2x - 1)(x + 1)}{x^4 + 4x^2 - 5}.$$

7. Вычислить пределы функций.

$$7.1. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + \sin x)}{\sin 4x}.$$

8. Вычислить пределы функций.

$$8.1. \lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{2^{\cos^2 x} - 1}{\ln \sin x}.$$

9. Вычислить пределы функций.

$$9.1. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{7^{2x} - 5^{3x}}{2x - \operatorname{arctg} 3x}.$$

10. Вычислить пределы функций.

$$10.1. \lim_{x \rightarrow 0} \left(1 - \ln(1 + x^3) \right)^{\frac{1}{x^2 \arcsin x}}.$$

11. Вычислить пределы функций.

$$11.1. \lim_{x \rightarrow e} \left(\frac{\ln x - 1}{x - e} \right)^{\sin \frac{\pi}{2e} x}.$$

Типовой расчет № 2
«Дифференцирование»
 Вариант № 1

1. Исходя из определения производной, найти $f'(0)$.

$$1.1. f(x) = \begin{cases} \operatorname{tg} \left(x^3 + x^2 \sin \frac{2}{x} \right), & x \neq 0; \\ 0, & x = 0. \end{cases}$$

2. Составить уравнение нормали (в вариантах 2.1 – 2.12) или уравнение касательной (в вариантах 2.13 – 2.31) к данной кривой в точке с абсциссой x_0 .

$$2.1. y = (4x - x^2)/4, \quad x_0 = 2.$$

3. Найти дифференциал dy .

$$3.1. y = x \arcsin(1/x) + \ln|x + \sqrt{x^2 - 1}|, \quad x > 0.$$

4. Вычислить приближенно с помощью дифференциала.

$$4.1. y = \sqrt[3]{x}, \quad x = 7,76.$$

5. Найти производную.

$$5.1. y = \frac{2(3x^3 + 4x^2 - x - 2)}{15\sqrt{1+x}}.$$

6. Найти производную.

$$6.1. y = x - \ln(2 + e^x + 2\sqrt{e^{2x} + e^x + 1}).$$

7. Найти производную.

$$7.1. y = \sin \sqrt{3} + \frac{1}{3} \frac{\sin^2 3x}{\cos 6x}.$$

8. Найти производную.

$$8.1. y = (\operatorname{arctg} x)^{(1/2) \ln(\operatorname{arctg} x)}.$$

9. Найти производную.

$$9.1. y = \frac{1}{24}(x^2 + 8)\sqrt{x^2 - 4} + \frac{x^2}{16} \arcsin \frac{2}{x}, \quad x > 0.$$

10. Найти производную y'_x .

$$10.1. \begin{cases} x = \frac{3t^2 + 1}{3t^3}, \\ y = \sin\left(\frac{t^3}{3} + t\right). \end{cases}$$

11. Найти производную указанного порядка.

$$11.1. y = (2x^2 - 7) \ln(x - 1), \quad y'' = ?$$

12. Найти производную второго порядка y''_{xx} от функции, заданной параметрически.

$$12.1. \begin{cases} x = \cos 2t, \\ y = 2 \sec^2 t. \end{cases}$$

13. Показать, что функция y удовлетворяет уравнению (1).

$$13.1. \begin{aligned} y &= x e^{-x^2/2}, \\ xy' &= (1 - x^2)y. \quad (1) \end{aligned}$$

Критерии оценки:

Приведены в разделе 2

Наименование: самостоятельная работа по теме

Представление в ФОС: набор вариантов заданий

Варианты заданий:

1. Вычислить предел функции $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{(e^{\sin x} - 1) \cos \frac{1}{x} + 4 \cos x}$.
2. Вычислить $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin^2 x - \operatorname{tg}^2 x}{(x - \pi)^4}$.
3. Найти асимптоты и построить график функции $y = \frac{3x^2 - 10}{3 - 2x}$.
4. Найти наибольшее и наименьшее значения производной по направлению функции $f(x, y) = 3x^2 - 6xy + y^2$ в точке $M_0\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{2}\right)$.
5. Разложить по формуле Тейлора функцию $f(x, y) = -x^2 + 2xy + 3y^2 - 6x - 2y - 4$ в окрестности точки $(-2; 1)$.

Критерии оценки:

Приведены в разделе 2

Наименование: экзамен

Представление в ФОС: перечень вопросов

Перечень вопросов для проведения экзамена:

ТЕМА 1. Введение в математический анализ.

1. Аксиомы множества действительных чисел (ф). Расширенное множество действительных чисел. Сечения множества действительных чисел (о). Свойства сечений множества действительных чисел.
2. Промежутки. ε - окрестность точки. Проколота окрестность. Лемма о существовании двух непересекающихся окрестностей у двух различных точек расширенной числовой прямой (д).
3. Ограниченные и неограниченные числовые множества. Точная верхняя (нижняя) грани числового множества (о. в арифметической форме в том числе). Теорема о существовании точной верхней (нижней) грани числового множества (ф).
4. Свойство Архимеда (ф, д).
5. Система вложенных отрезков (о). Лемма о вложенных отрезках (ф, д).
6. Числовая последовательность (о). Предел числовой последовательности (о) и его геометрическая интерпретация. Сходящиеся (расходящиеся) последовательности (о).
7. Свойства сходящихся последовательностей (ф, д).
8. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности (о). Связь между б.б. и б.м. последовательностями (две теоремы, ф, д).
9. Свойства б.м. последовательностей (ф, д).
10. Монотонные последовательности. Теоремы существования предела последовательности (ф).
11. Второй замечательный предел и его следствия.
12. Понятие подпоследовательности. Теорема Больцано- Вейерштрасса (ф, д).
13. Фундаментальная последовательность (о). Критерий Коши (д).
14. Функция (о). График функции. Область определения и область значений функции. Четные (нечетные) функции. Период функции. Основные элементарные функции. Суперпозиция функций. Элементарные функции. Примеры функций, которые не являются элементарными.

15. Предел функции в точке по Коши и по Гейне (о).
16. Односторонние пределы (о). Теорема, связывающая односторонние пределы функции в точке с существованием предела функции в точке (ф, д).
17. Теорема о замене переменной для предела функции (ф).
18. Бесконечно малые и бесконечно большие функции (о) и связь между ними. Свойства б.м. функций (ф, д).
19. Сравнение б.м. функций. Эквивалентные б.м. функции (о) и их свойства (ф, д).
20. Теоремы существования предела функции (ф).
21. Непрерывность функции в точке (о). Точки разрыва. Классификация точек разрыва функции.
22. Свойства функций, непрерывных в точке (ф, д).
23. Теорема о непрерывности сложной функции (ф, д).
24. Необходимое и достаточное условия непрерывности функции в точке (ф, д).
25. Первый замечательный предел и его следствия.
26. Свойства функций, непрерывных на отрезке (формулировка четырех теорем).

ТЕМА 2. Дифференциальное исчисление функции одной переменной.

1. Производная (о), ее геометрический и механический смысл. Уравнения касательной и нормали к графику функции в точке.
2. Правила дифференцирования и таблица производных основных элементарных функций.
3. Дифференцируемость функции в точке (о). Необходимое и достаточное условия дифференцируемости функции в точке (ф, д).
4. Дифференциал функции (о, формула, геометрический и механический смысл). Применение дифференциала к приближенным вычислениям.
5. Производная сложной функции (ф, д).
6. Дифференцирование функций, заданных параметрически. Логарифмическое дифференцирование.
7. Теорема существования обратной функции (ф). Теорема о дифференцировании обратной функции (ф, д).
8. Производные и дифференциалы высших порядков (о). Производная порядка n некоторых элементарных функций (e^x , $\ln(1+x)$, $\sin(x)$, $\cos(x)$, $(1 \pm x)^{\pm 1}$).
9. Формула Лейбница для нахождения $(u(x)v(x))^{(n)}$.
10. Теоремы о среднем (ф, д): Ролля, Лагранжа, Коши.
11. Правила Лопиталя (ф, д): четыре теоремы.
12. Формула Тейлора-Маклорена. Запись остаточного члена в форме Пеано и форме Лагранжа.
13. Разложение функций e^x , $\ln(1+x)$, $\sin(x)$, $\cos(x)$, $(1 \pm x)^{\pm 1}$ по формуле Маклорена.

ТЕМА 3. Исследование с помощью производных.

1. Монотонность функций (о). Экстремум функции (о). Необходимые и достаточные условия (по первой производной) существования экстремума функции.
2. Исследование функции на экстремум по n -ой ($n \geq 2$) производной.
3. Выпуклость (вогнутость) графика функции (о). Достаточное условие строгой выпуклости (вогнутости) графика функции (ф, д).
4. Точка перегиба (о). Необходимые и достаточные условия точки перегиба (ф, д).

5. Асимптота графика функции (о). Вертикальные и наклонные асимптоты.
6. План полного исследования функций и построения их графиков.

ТЕМА 4. Неопределенный интеграл.

1. Первообразная (о). Две теоремы о первообразных функциях (ф, д).
2. Неопределенный интеграл (о). Свойства неопределенного интеграла. Табличные интегралы.
3. Теорема о замене переменной в неопределенном интеграле (ф, д).
4. Формула интегрирования по частям (д).
5. Вывод рекуррентных формул с помощью формулы интегрирования по частям.
6. Элементарные дроби и их интегрирование.
7. Интегрирование рациональных дробей.
8. Интегрирование простейших иррациональностей.
9. Теорема Чебышева (ф) и ее применение.
10. Интегрирование выражений, содержащих $\sin(x)$ и $\cos(x)$.
11. Тригонометрические подстановки. 12*. Подстановки Эйлера.
- 13*. Метод Остроградского.
14. Понятие о «неберущихся» интегралах.

ТЕМА 5. Определенный интеграл.

1. Интеграл по Риману (о). Ограниченность интегрируемой функции.
2. Верхние (нижние) суммы Дарбу и их свойства (ф, д).
3. Теоремы существования определенного интеграла (ф, д).
4. Свойства определенного интеграла (ф, д).
5. Интеграл с переменным верхним пределом и его свойства (ф, д). Формула Ньютона-Лейбница (д).
6. Теорема о замене переменной в определенном интеграле (ф, д).
7. Интегрирование по частям в определенном интеграле.
8. Приложения определенного интеграла: вычисление площадей, длин дуг, объемов тел по поперечным сечениям и вычисление объемов тел.

ТЕМА 6. Функции нескольких переменных.

1. Линейное пространство (о, пр).
2. Евклидово пространство (о, пр). Неравенство Коши-Буняковского (д).
3. Метрическое пространство (о). Норма вектора и ее свойства. Угол между элементами. Расстояние между двумя элементами $\rho(x, y)$ и его свойства.
4. Элементы n -ой геометрии (прямая, отрезок, кривая, непрерывная кривая, плоскость, гиперповерхность, сфера в E_n).
5. Множества точек в E_n (окрестность точки в E_n , внутренние и граничные точки, граница множества, связное множество, область, ограниченное замкнутое множество).
6. Последовательность точек в пространстве E_n . Сходящиеся последовательности (о). Теорема о покоординатной сходимости (ф, д). Свойства сходящихся последовательностей в пространстве E_n (ф).
7. Ф.н.п. (определение, область определения и изменения ф.н.п., график и множество уровня ф.н.п.).
8. Предел ф.н.п. в точке (о). Теоремы о пределах (ф, д).

9. Непрерывность ф.н.п. в точке. Четыре теоремы о ф.н.п., непрерывных в точке (ф, д).
10. Непрерывность ф.н.п на множестве. Теорема Коши (ф) и теоремы Вейерштрасса (ф).
11. Бесконечно большие и бесконечно малые ф.н.п. (о).
12. Техника нахождения пределов ф.н.п. (решение примеров).
13. Повторные пределы (пр).
14. Предел ф.н.п. по множеству и на неопределенном множестве.
15. Частные производные ф.н.п. (о, геометрический смысл).
16. Дифференцируемость ф.н.п. (о). Необходимые и достаточные условия дифференцируемости ф.н.п. (ф, д).
17. Дифференциал ф.н.п. (о, свойства, геометрический смысл, применение к приближенным вычислениям).
18. Дифференцирование сложных ф.н.п. (ф, д).
19. Производные и дифференциалы ф.н.п. высших порядков (о). Теорема о независимости частных смешанных производных одинакового порядка от порядка дифференцирования.
20. Формула Тейлора для ф.н.п. (вывод).
21. Экстремум ф.н.п. (о, необходимые и достаточные условия экстремума ф.н.п. (ф, д)).
22. Производная по направлению и градиент. Связь между ними. Свойства градиента (ф, д).
23. Касательная плоскость и нормаль поверхности.
24. Неявные функции и их дифференцирование (случаи: одним уравнением и системой ф. теорем).
25. Условный экстремум ф.н.п.. Функция Лагранжа (метод неопределенных множителей Лагранжа).

Критерии оценки: Приведены в разделе 2

2. Критерии и шкалы оценивания

Для контрольных мероприятий (текущего контроля) устанавливается минимальное и максимальное количество баллов в соответствии с таблицей. Контрольное мероприятие считается пройденным успешно при условии набора количества баллов не ниже минимального.

Результат обучения по дисциплине считается достигнутым при успешном прохождении обучающимся всех контрольных мероприятий, относящихся к данному результату обучения.

Разделы дисциплины	Форма контроля	Количество баллов	
		<i>min</i>	<i>max</i>
Введение в математический анализ	Типовой расчет	10	20
Дифференциальное исчисление функции одной переменной	Типовой расчет Контрольная работа	15	30
Исследование с помощью производных	Контрольная работа	10	20
Неопределенный интеграл	Контрольная работа	5	10
Определенный интеграл	Контрольная работа	5	10

Функции нескольких переменных. Элементы теории функций и функционального анализа.	Самостоятельная работа по теме	5	10
--	--------------------------------	---	----

При оценивании результатов обучения по дисциплине в ходе текущего контроля успеваемости используются следующие критерии. Минимальное количество баллов выставляется обучающемуся при выполнении всех показателей, допускаются несущественные неточности в изложении и оформлении материала.

Наименование, обозначение	Показатели выставления минимального количества баллов
Типовой расчет	Задания выполнены более чем наполовину. Присутствуют серьёзные ошибки. Продемонстрирован удовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены низкие способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий. На защите типового расчета даны правильные ответы не менее чем на 50% заданных вопросов
Самостоятельная работа по теме	Самостоятельная работа выполнена в полном объеме; Представлен отчет, содержащий необходимые расчеты, выводы, оформленный в соответствии с установленными требованиями; Продемонстрирован удовлетворительный уровень владения материалом.
Контрольная работа	Продемонстрирован удовлетворительный уровень владения материалом. Правильно решено не менее 50% заданий

Промежуточная аттестация по дисциплине проводится в форме экзамена.

Итоговая оценка по дисциплине может быть выставлена на основе результатов текущего контроля с использованием следующей шкалы:

Оценка	Набрано баллов
«отлично»	90-100
«хорошо»	75-89
«удовлетворительно»	60-74
«неудовлетворительно»	<60

Билет к экзамену включает 3 теоретических вопроса и 5 практических заданий (задач).

Промежуточная аттестация проводится в форме письменной работы.

Время на подготовку: 90 минут.

При оценивании результатов обучения по дисциплине в ходе промежуточной аттестации используются следующие критерии и шкала оценки:

<i>Оценка</i>	<i>Критерии оценки</i>
«отлично»	Обучающийся показал всестороннее, систематическое и глубокое знание учебного материала, предусмотренного программой, умение уверенно применять на их практике при решении задач (выполнении заданий), способность полно, правильно и аргументировано отвечать на вопросы и делать необходимые выводы. Свободно использует основную литературу и знаком с дополнительной литературой, рекомендованной программой
«хорошо»	Обучающийся показал полное знание теоретического материала, владение основной литературой, рекомендованной в программе, умение самостоятельно решать задачи (выполнять задания), способность аргументировано отвечать на вопросы и делать необходимые выводы, допускает единичные ошибки, исправляемые после замечания преподавателя. Способен к самостоятельному пополнению и обновлению знаний в ходе дальнейшей учебной работы и профессиональной деятельности
«удовлетворительно»	Обучающийся демонстрирует неполное или фрагментарное знание основного учебного материала, допускает существенные ошибки в его изложении, испытывает затруднения и допускает ошибки при выполнении заданий (решении задач), выполняет задание при подсказке преподавателя, затрудняется в формулировке выводов. Владеет знанием основных разделов, необходимых для дальнейшего обучения, знаком с основной и дополнительной литературой, рекомендованной программой
«неудовлетворительно»	Обучающийся при ответе демонстрирует существенные пробелы в знаниях основного учебного материала, допускает грубые ошибки в формулировании основных понятий и при решении типовых задач (при выполнении типовых заданий), не способен ответить на наводящие вопросы преподавателя. Оценка ставится обучающимся, которые не могут продолжить обучение или приступить к профессиональной деятельности по окончании образовательного учреждения без дополнительных занятий по рассматриваемой дисциплине