

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Воткинский филиал  
Федерального государственного бюджетного образовательного  
учреждения высшего образования  
«Ижевский государственный технический университет имени М.Т. Калашникова»  
(ВФ ФГБОУ ВО «ИжГТУ имени М.Т. Калашникова»)

УТВЕРЖДАЮ



Директор

Давыдов И.А.

2023 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Теория вероятностей и математическая статистика

направление 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника»

профиль «Автоматизированные системы обработки информации и управления»

уровень образования: бакалавриат

форма обучения: очная

общая трудоемкость дисциплины составляет: 4 зачетных единиц(ы)




Кафедра Естественные науки и информационные технологии

Составитель \_\_\_\_\_

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта высшего образования и рассмотрена на заседании кафедры

Протокол от 15 марта 2023 г. № 2

Заведующий кафедрой


 К.Б. Сентяков

15 марта 2023 г.

**СОГЛАСОВАНО**

Количество часов рабочей программы и формируемые компетенции соответствуют учебному плану направления 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника», профиль «Автоматизированные системы обработки информации и управления»

Председатель учебно-методической комиссии по направлению 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника», профиль «Автоматизированные системы обработки информации и управления»

 К.Б. Сентяков

15 марта 2023 г.

Руководитель образовательной программы

 К.Б. Сентяков

15 марта 2023 г.

Аннотация к дисциплине

<b>Название дисциплины</b>	Теория вероятностей и математическая статистика
<b>Направление подготовки (специальность)</b>	09.03.01 Информатика и вычислительная техника
<b>Направленность (профиль/программа/специализация)</b>	Автоматизированные системы обработки информации и управления
<b>Место дисциплины</b>	Базовая часть Блока 1 Дисциплины (модули) ООП
<b>Трудоемкость (з.е. / часы)</b>	4 з.е. / 144 часов
<b>Цель изучения дисциплины</b>	Целью освоения дисциплины является изучение законов, закономерностей теории вероятностей и математической статистики и отвечающих им методов расчёта.
<b>Компетенции, формируемые в результате освоения дисциплины</b>	ОПК-1. Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности
<b>Содержание дисциплин (основные разделы и темы)</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Случайные события. Классическая формула для вероятности.</li> <li>2. Последовательность независимых испытаний. Формулы Бернулли, Муавра-Лапласа, Пуассона.</li> <li>3. Случайные величины. Числовые характеристики.</li> <li>4. Системы случайных величин.</li> <li>5. Математическая статистика. Оценки параметров. Проверка гипотез.</li> </ol>
<b>Форма промежуточной аттестации</b>	Зачет с оценкой

## 1. Цели и задачи дисциплины:

**Целью** освоения дисциплины является изучение законов, закономерностей теории вероятностей и математической статистики и отвечающих им методов расчёта. **Задачи** дисциплины:

- формирование навыков построения и применения моделей, возникающих в инженерной практике;
- проведение расчётов по таким моделям.

## 2. Планируемые результаты обучения

В результате освоения дисциплины у студента должны быть сформированы

### Знания, приобретаемые в ходе освоения дисциплины

№	Знания
1.	Комбинаторные методы подсчёта вероятностей
2.	Последовательность независимых испытаний
3.	Дискретные и непрерывные случайные величины
4.	Системы случайных величин
5.	Точечные и интервальные оценки параметров распределения
6.	Проверка статистических гипотез

### Умения, приобретаемые в ходе освоения дисциплины

№	Умения
1.	Находить вероятность с использованием комбинаторных приемов и с помощью формул сложения и умножения
2.	Использовать формулы Бернулли, Пуассона, Муавра-Лапласа
3.	Составлять закон распределения дискретной и непрерывной случайной величины. Находить математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение
4.	Находить условные законы распределения составляющих системы дискретных и непрерывных случайных величин. Находить корреляционный момент и коэффициент корреляции системы двух случайных величин
5.	Строить эмпирическую функцию распределения, полигон и гистограмму частот и относительных частот. Находить статистические оценки параметров распределения
6.	Строить выборочное уравнение прямой линии регрессии по сгруппированным и несгруппированным данным, вычислять выборочный коэффициент корреляции
7.	Проверять гипотезы о параметрах и законах распределения

### Навыки, приобретаемые в ходе освоения дисциплины

№	Навыки
1.	Применение определения вероятности, теорем сложения и умножения вероятностей, формулы Бернулли, локальной и интегральной теорем Муавра-Лапласа при решении задач

2.	Работа с непрерывными и дискретными случайными величинами: вычисление их числовых характеристик, вычисление вероятности попадания значений непрерывной случайной величины в заданный интервал
3.	Работа с системой двух случайных величин. Нахождение корреляционного момента и коэффициента корреляции системы двух случайных величин
4.	Нахождение средней выборочной и выборочной дисперсии по сгруппированным и несгруппированным данным
5.	Нахождение интервальных оценок параметров
6.	Проверка гипотез о параметрах и законах распределения

### Компетенции, приобретаемые в ходе освоения дисциплины

Компетенции	Индикаторы	Знания	Умения	Навыки
ОПК-1. Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	ОПК-1.1. Знать основы математики, физики, вычислительной техники и программирования	1-6	1-7	1-6
	ОПК-1.2. Уметь решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общетехнических знаний, методов математического анализа и моделирования			
	ОПК-1.3. Владеть навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности.			

### 3. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина относится к базовой части Блока 1 «Дисциплины (модули)» ООП. Дисциплина изучается на 2 курсе в 4 семестре.

Изучение дисциплины базируется на знаниях, умениях и навыках, полученных при изучении дисциплин: «Алгебра и геометрия», «Математический анализ».

Перечень последующих дисциплин (модулей), для которых необходимы знания, умения и навыки, формируемые данной учебной дисциплиной (модулем): «Неклассические логики», «Теория принятия решений».

### 4. Структура и содержание дисциплины

#### 4.1 Структура дисциплин

№ п/п	Раздел дисциплины. Форма промежуточной аттестации (по семестрам)		Семестр	Распределение трудоемкости раздела (в часах) по видам учебной работы		Содержание самостоятельной работы
				контактная	СРС	

		Всего часов на раздел	4	лек	пр	лаб	КЧА	8	9	10
1	2									
1.	Случайные события. Классическая формула для вероятности.	22	4	6	4	4		8	Подготовка к практическим занятиям	к
2.	Последовательность независимых испытаний. Формулы Бернулли, Муавра-Лапласа, Пуассона.	32	4	6	3	4		19	Подготовка контрольной работе. Подготовка к защите лабораторной работы №1	к
3.	Случайные величины.	36	4	8	3	4		21	Выполнение	
	Числовые характеристики.								типового расчета №1	а
									Подготовка к защите лабораторной работы №2	к
4.	Системы случайных величин.	23	4	4	3	4		12	Подготовка к защите лабораторной работы №3	к
5.	Математическая статистика. Оценки параметров. Проверка гипотез.	29	4	8	3	-		18	Выполнение типового расчета №2	
									Подготовка к защите лабораторной работы №4	к
6.	Зачёт с оценкой	2	4				0,4	1,6	Зачет выставляется по совокупности результатов текущего контроля успеваемости	
7.	Итого:	144	4	32	16	16	0,4	79,6		

#### 4.2 Содержание разделов курса и формируемых в них компетенций

№ п/п	Раздел дисциплины	Коды компетенции и индикаторов	Знания	Умения	Навыки	Форма контроля
-------	-------------------	--------------------------------	--------	--------	--------	----------------

1.	Случайные события. Классическая формула для вероятности.	ОПК-1.1	1	1	1	Устный опрос
2.	Последовательность независимых испытаний. Формулы Бернулли, Муавра-Лапласа, Пуассона.	ОПК-1.2	2	2	1	Контрольная работа Лабораторная работа №1
3.	Случайные величины. Числовые характеристики..	ОПК-1.2	3	3	2	Типовой расчет №1 Лабораторная работа №2
4.	Системы случайных величин.	ОПК-1.2	3-4	4	3	Лабораторная работа №3
5.	Математическая статистика. Оценки параметров. Проверка гипотез.	ОПК-1.3	5-6	5-7	4-6	Типовой расчет №2 Лабораторная работа №4

#### 4.3 Наименование тем лекций, их содержание и объем в часах

№ п/п	№ раздела дисциплины	Наименование лекций	Трудоёмкость (час)
1.	1	1. Основные правила, понятия и формулы комбинаторики. Предмет ТВ, основные понятия. Виды случайных событий. Комбинации событий. Противоположные события. Статистическое, классическое, геометрическое, аксиоматическое определения вероятности случайного события. 2. Сумма и произведение событий. Условная вероятность. Зависимые и независимые события. Вероятность суммы и произведения событий. Формула полной вероятности. Формула Байеса.	6
2.	2	1. Повторение испытаний. Формула Бернулли. 2. Локальная теорема Муавра-Лапласа, формула Пуассона.	6

3.	3	<p>1. Случайные величины. Закон распределения дискретной случайной величины.</p> <p>2. Основные дискретные распределения: равномерное, геометрическое, биномиальное, пуассоновское.</p> <p>3. Непрерывные случайные величины. Функция распределения, ее свойства. Плотность вероятности и ее свойства.</p> <p>4. Основные непрерывные распределения: равномерное, нормальное, показательное.</p> <p>5. Числовые характеристики случайных величин (математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратичное отклонение), их свойства. Числовые характеристики основных распределений.</p>	8
4.	4	<p>1. Понятие о системе случайных величин. Закон распределения вероятностей дискретной двумерной случайной величины. Функция распределения двумерной случайной величины и её свойства. Плотность вероятности непрерывной двумерной случайной величины, ее свойства.</p> <p>2. Числовые характеристики систем двух случайных величин. Независимые случайные величины. Корреляционный момент. Коэффициент корреляции.</p> <p>3. Закон больших чисел (неравенство Чебышева, теорема Чебышева, теорема Бернулли). Понятие о центральной предельной теореме теории вероятностей.</p>	4
5.	5	<p>1. Распределения Стьюдента, Фишера-Снедекора, <math>\chi^2</math>.</p> <p>2. Основные задачи и понятия МС. Генеральная совокупность, выборка, вариационный ряд, эмпирический закон распределения, полигоны и гистограммы.</p> <p>3. Статистические оценки параметров распределения. Точечные оценки параметров распределения. Требования к точечным оценкам. Генеральное и выборочное средние, генеральная и выборочная дисперсии.</p> <p>4. Понятие интервальной оценки, точность, надежность оценки. Доверительные интервалы для математического ожидания и среднего квадратического отклонения нормально распределенного количественного признака.</p> <p>5. Статистическая проверка гипотез. Нулевая и</p>	8



		конкурирующая, простая и сложная гипотезы. Ошибки первого и второго рода. Понятие критической области. Проверка гипотез о параметрах распределения генеральной совокупности. Проверка гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности. Критерий согласия Пирсона $\chi^2$ 6. Корреляционный анализ. Линейная регрессия. Уравнения линий регрессии. Понятие случайного процесса. Типы случайных процессов. Марковский процесс без последствия. Простейший поток событий.	
	Всего		32

#### 4.4 Наименование тем практических занятий, их содержание и объем в часах

№ п/п	№ раздела дисциплины	Наименование практических работ	Трудоёмкость (час)
1.	1	Классическая формула вычисления вероятности. Формулы умножения и сложения. Геометрическая вероятность.	4
2.	2	Формулы полной вероятности и Байеса. Формула Бернулли. Формула Пуассона.	3
3.	3	Случайные величины, законы распределения. Системы случайных величин.	3
4.	4	Плотность суммы. Математическое ожидание, дисперсия.	3
5.	5	Точечные и интервальные оценки параметров распределения. Проверка статистических гипотез.	3
	Всего		16

#### 4.5 Наименование тем лабораторных работ, их содержание и объем в часах

№ п/п	№ раздела дисциплины	Наименование лабораторных работ	Трудоёмкость (час)
1.	2	Моделирование дискретных случайных величин. Разыграть 100 значений случайных величин, имеющих биномиальное распределение, распределение Пуассона, геометрическое распределение.	4
2.	3	Моделирование непрерывных случайных величин методом обратной функции. Разыграть 200 значений случайных величин, имеющих равномерное распределение, показательное распределение, распределение Коши.	4
3.	4	Разыгрыш нормального распределения с помощью ЦПТ. Разыграть 200 значений стандартного нормального распределения. Получить значение нормальной величины с заданными параметрами с помощью линейного преобразования.	4
4.	5	Оценки параметров распределений по выборкам, полученным в работах 1-3. Вычислить оценки распределения: выборочное среднее, выборочную дисперсию, исправленную выборочную дисперсию, выборочное среднееквадратическое отклонение. Построить интервальные оценки.	4
	Всего		16

## **5. Оценочные материалы для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации дисциплины**

Для контроля результатов освоения дисциплины проводятся: - выполнение типовых расчетов; - защита лабораторных работ.

Примечание: Оценочные материалы (типовые варианты тестов, контрольных работ и др.) приведены в приложении к рабочей программе дисциплины. Промежуточная аттестация по итогам освоения дисциплины – зачет с оценкой.

## **6. Учебно-методическое и информационное обеспечение системы**

### **а) основная литература:**

1. Гурьянова, И. Э. Теория вероятностей и математическая статистика. Теория вероятностей. Краткий курс с примерами [Электронный ресурс]: учебное пособие / И. Э. Гурьянова, Е. В. Левашкина. – Электрон. текстовые данные. – М. : Издательский Дом МИСиС, 2016. – 106 с. – 978-5-87623-915-0. – Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/64202.html>
2. Логинов, В. А. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] : сборник задач / В. А. Логинов. – Электрон. текстовые данные. – М : Московская государственная академия водного транспорта, 2017. – 72 с. – 2227-8397. – Режим доступа : <http://www.iprbookshop.ru/76719.html>

### **б) дополнительная литература:**

1. Седаев, А. А. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] : учебное пособие / А. А. Седаев, В. К. Каверина. – Электрон. текстовые данные. – Воронеж : Воронежский государственный архитектурно-строительный университет, ЭБС АСВ, 2015. – 132 с. – 2227-8397. – Режим доступа : <http://www.iprbookshop.ru/55060.html>

### **в) методические указания:**

1. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. М.: Высшая школа, 1975
2. Индивидуальные задания по высшей математике: учеб. пособие. В 4 ч. Ч. 4. Операционное исчисление. Элементы теории устойчивости. Теория вероятностей. Математическая статистика : учеб. пособие / А. П. Рябушко. – 4-е изд. – Минск: Выш. шк., 2013. – 336 с. : ил.

### **г) перечень ресурсов информационно-коммуникационной сети Интернет:**

1. Электронно-библиотечная система IPRbooks  
<http://istu.ru/material/elektronnobibliotechnaya-sistema-iprbooks>
2. Электронный каталог научной библиотеки ИжГТУ имени М.Т. Калашникова Web ИРБИС  
[http://94.181.117.43/cgi-bin/irbis64r\\_12/cgiirbis\\_64.exe?LNG=&C21COM=F&I21DBN=IBIS&P21DBN=IBIS](http://94.181.117.43/cgi-bin/irbis64r_12/cgiirbis_64.exe?LNG=&C21COM=F&I21DBN=IBIS&P21DBN=IBIS)
3. Национальная электронная библиотека – <http://нэб.рф>.
4. Мировая цифровая библиотека – <http://www.wdl.org/ru/>

5. Международный индекс научного цитирования Web of Science – <http://webofscience.com>.
6. Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU – <https://elibrary.ru/defaultx.asp>
7. Справочно-правовая система КонсультантПлюс <http://www.consultant.ru/>

**д) лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:**

1. LibreOffice (свободно распространяемое ПО)
2. Doctor Web (лицензионное ПО)

**7. Материально-техническое обеспечение дисциплины:**

1. Лекционные занятия.  
Учебные аудитории для лекционных занятий укомплектованы мебелью и учебнонаглядными пособиями.
2. Практические занятия.  
Учебные аудитории для практических занятий укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения
3. Самостоятельная работа.  
Помещения для самостоятельной работы оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и доступом к электронной информационно-образовательной среде ВФ ФГБОУ ВО «ИжГТУ имени М.Т. Калашникова»:  
- помещения для самостоятельной работы обучающихся (ауд.№ 224, адрес: 427430, Удмуртская Республика, г. Воткинск, ул. П.И. Шувалова, д. 1).

При необходимости рабочая программа дисциплины (модуля) может быть адаптирована для обеспечения образовательного процесса инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья, в том числе для обучения с применением дистанционных образовательных технологий. Для этого требуется заявление студента (его законного представителя) и заключение психолого-медико-педагогической комиссии (ПМПК).

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Воткинский филиал  
Федерального государственного бюджетного образовательного  
учреждения высшего образования  
«Ижевский государственный технический университет имени М.Т. Калашникова»  
(ВФ ФГБОУ ВО «ИжГТУ имени М.Т. Калашникова»)

**Оценочные средства по  
дисциплине**

Теория вероятностей и математическая статистика (наименование –  
полностью)

направление 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника»

профиль «Автоматизированные системы обработки информации и управления»

уровень образования: бакалавриат

форма обучения: очная

общая трудоемкость дисциплины составляет: 4 зачетные единицы

## 1. Оценочные средства

Оценивание формирования компетенций производится на основе результатов обучения, приведенных в п. 2 рабочей программы и ФОС. Связь разделов компетенций, индикаторов и форм контроля (текущего и промежуточного) указаны в таблице 4.2 рабочей программы дисциплины.

Оценочные средства соотнесены с результатами обучения по дисциплине и индикаторами достижения компетенций, представлены ниже.

№ п/п	Коды компетенции и индикаторов	Результат обучения (знания, умения и навыки)	Формы текущего и промежуточного контроля
1.	<p>ОПК-1.1. Знать основы математики, физики, вычислительной техники и программирования.</p> <p>ОПК-1.2. Уметь решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования.</p>	<p>31. Комбинаторные методы подсчета вероятностей.</p> <p>32. Последовательность независимых испытаний.</p> <p>33. Дискретные и непрерывные случайные величины.</p> <p>34. Системы случайных величин. 35. Точечные и интервальные оценки параметров распределения.</p> <p>36. Проверка статистических гипотез.</p> <p>У1. Находить вероятность с использованием комбинаторных приемов и с помощью формул сложения и умножения.</p> <p>У2. Использовать формулы Бернулли, Пуассона, Муавра-Лапласа.</p> <p>У3. Составлять закон распределения дискретной и непрерывной случайной величины. Находить математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение. У4. Находить условные законы распределения составляющих системы дискретных и непрерывных случайных величин. Находить корреляционный момент и коэффициент корреляции системы двух случайных величин. У5. Строить эмпирическую функцию распределения, полигон и гистограмму частот и относительных частот. Находить статистические оценки параметров распределения.</p> <p>У6. Строить выборочное уравнение прямой линии регрессии по сгруппированным и несгруппированным данным, вычислять выборочный коэффициент корреляции.</p> <p>У7. Проверять гипотезы о параметрах и законах распределения. Н1. Применение определения вероятности,</p>	Устный опрос



		теорем сложения и умножения вероятностей, формулы Бернулли, локальной и интегральной	
		<p>теорем Муавра-Лапласа при решении задач.</p> <p>Н2. Работа с непрерывными и дискретными случайными величинами: вычисление их числовых характеристик, вычисление вероятности попадания значений непрерывной случайной величины в заданный интервал. Н3. Работа с системой двух случайных величин. Нахождение корреляционного момента и коэффициента корреляции системы двух случайных величин. Н4. Нахождение средней выборочной и выборочной дисперсии по сгруппированным и несгруппированным данным.</p> <p>Н5. Нахождение интервальных оценок параметров.</p> <p>Н6. Проверка гипотез о параметрах и законах распределения.</p>	
2.	<p>ОПК-1.1. Знать основы математики, физики, вычислительной техники и программирования.</p> <p>ОПК-1.2. Уметь решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования. ОПК-1.3. Владеть навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности.</p>	<p>З1. Комбинаторные методы подсчета вероятностей.</p> <p>У1. Находить вероятность с использованием комбинаторных приемов и с помощью формул сложения и умножения.</p> <p>У2. Использовать формулы Бернулли, Пуассона, Муавра-Лапласа. Н1. Применение определения вероятности, теорем сложения и умножения вероятностей, формулы Бернулли, локальной и интегральной теорем Муавра-Лапласа при решении задач.</p>	<p>Контрольная работа</p> <p>Лабораторная работа №1</p>

3.	<p>ОПК-1.1. Знать основы математики, физики, вычислительной техники и программирования.</p> <p>ОПК-1.2. Уметь решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования.</p>	<p>31. Комбинаторные методы подсчета вероятностей.</p> <p>32. Последовательность независимых испытаний.</p> <p>33. Дискретные и непрерывные случайные величины. У1. Находить вероятность с использованием комбинаторных приемов и с помощью формул сложения и умножения.</p> <p>У2. Использовать формулы Бернулли, Пуассона, Муавра-Лапласа.</p> <p>У3. Составлять закон распределения дискретной и непрерывной случайной</p>	<p>Типовой расчет №1</p> <p>Лабораторная работа №2</p>
		<p>величины. Находить математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение. У4. Находить условные законы распределения составляющих системы дискретных и непрерывных случайных величин. Находить корреляционный момент и коэффициент корреляции системы двух случайных величин. Н1. Применение определения вероятности, теорем сложения и умножения вероятностей, формулы Бернулли, локальной и интегральной теорем Муавра-Лапласа при решении задач.</p> <p>Н2. Работа с непрерывными и дискретными случайными величинами: вычисление их числовых характеристик, вычисление вероятности попадания значений непрерывной случайной величины в заданный интервал. Н3. Работа с системой двух случайных величин. Нахождение корреляционного момента и коэффициента корреляции системы двух случайных величин.</p>	

4.	<p>ОПК-1.1. Знать основы математики, физики, вычислительной техники и программирования.</p> <p>ОПК-1.2. Уметь решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования.</p> <p>ОПК-1.3. Владеть навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности.</p>	<p>33. Дискретные и непрерывные случайные величины.</p> <p>35. Точечные и интервальные оценки параметров распределения.</p> <p>У2. Использовать формулы Бернулли, Пуассона, Муавра-Лапласа.</p> <p>У3. Составлять закон распределения дискретной и непрерывной случайной величины. Находить математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение. У4. Находить условные законы распределения составляющих системы дискретных и непрерывных случайных величин. Находить корреляционный момент и коэффициент корреляции системы двух случайных величин. У5. Строить эмпирическую функцию распределения, полигон и гистограмму частот и относительных частот. Находить статистические оценки параметров распределения. Н2. Работа с непрерывными и дискретными случайными величинами: вычисление их числовых характеристик, вычисление вероятности попадания значений непрерывной случайной величины в заданный интервал.</p>	Лабораторная работа №3
----	---	---	------------------------

*Описание элементов для оценивания формирования компетенций*

**Наименование:** зачет с оценкой **Представление в**

**ФОС:** перечень заданий

**Варианты заданий:**

1. Монета брошена 3 раза. Найти вероятность того, что хотя бы 1 раз появится «герб».
2. В первой урне содержится 10 шаров, из них 8 белых; во второй урне 20 шаров, из них 4 белых. Из первой урны наудачу извлечен 1 шар и переложен во вторую. После этого из второй урны наудачу извлечен 1 шар. Найти вероятность того, что он белый.
3. Случайная величина  $X$  - число отказов некоторого устройства в пяти независимых испытаниях. Вероятность отказа устройства в одном испытании равна 0,2. Составить закон распределения случайной величины  $X$ . Найти функцию распределения, математическое ожидание и дисперсию случайной величины  $X$ .
5. По данным 16 независимых равноточных измерений некоторой физической величины найдены среднее арифметическое результатов измерений  $\bar{x} = 42,8$  и «исправленное» среднее квадратическое отклонение  $s = 8$ . Оценить истинное значение измеряемой величины с надежностью 0,999.
6. Произведено 10 измерений одним прибором (без систематической ошибки) некоторой физической величины, причем «исправленное» среднее квадратическое отклонение

случайных ошибок измерения  $s=0,8$ . Найти точность прибора с надежностью 0,95. Предполагается, что результаты измерений распределены нормально.

7. По двум независимым выборкам, объемы которых  $n_1=9$  и  $n_2=16$ , извлеченным из нормальных генеральных совокупностей  $X$  и  $Y$ , найдены исправленные выборочные дисперсии  $s_x^2=34,02$  и  $s_y^2=12,15$ , проверить нулевую гипотезу  $H_0: D(X)=D(Y)$  при конкурирующей гипотезе  $H_1: D(X)>D(Y)$ .

8. Партия изделий принимается, если дисперсия контролируемого размера значимо не превышает 0,2. Исправленная выборочная дисперсия, найденная по выборке объема  $n=121$ , равна  $s_x^2=0,3$ . Можно ли принять партию при уровне значимости 0,01?

9. Из нормальной генеральной совокупности с известным средним квадратическим отклонением  $\sigma=40$  извлечена выборка объема  $n=64$  и по ней найдена выборочная средняя  $\bar{x}=136,5$ . Требуется при уровне значимости 0,01 проверить нулевую гипотезу  $H_0: a=a_0=130$  при конкурирующей гипотезе: 1)  $H_1: a \leq 130$ ; 2)  $H_1: a > 130$ . **Критерии оценки:** Приведены в разделе 2

**Наименование:** типовой расчет № 1.

**Представление в ФОС:** набор вариантов заданий.

**Варианты заданий:**

#### **Задача 1.**

Бросаются две игральные кости. Определить вероятность того, что: а) сумма числа очков не превосходит  $N$ ; б) произведение числа очков не превосходит  $N$ ; в) произведение числа очков делится на  $N$ .

#### **Задача 2.**

Среди  $n$  лотерейных билетов  $k$  выигрышных. Наудачу взяли  $m$  билетов. Определить вероятность того, что среди них  $l$  выигрышных.

#### **Задача 3.**

В лифт  $k$ -этажного дома сели  $n$  пассажиров ( $n < k$ ). Каждый независимо от других с одинаковой вероятностью может выйти на любом (начиная со второго) этаже. Определить вероятность того, что: а) все вышли на разных этажах; б) по крайней мере, двое сошли на одном этаже.

#### **Задача 4.**

В отрезке единичной длины наудачу появляется точка. Определить вероятность того, что расстояние от точки до концов отрезка превосходит величину  $1/k$ .

#### **Задача 5.**

Моменты начала двух событий наудачу распределены в промежутке времени от  $T_1$  до  $T_2$ . Одно из событий длится 10 мин., другое –  $t$  мин. Определить вероятность того, что: а) события «перекрываются» по времени; б) «не перекрываются».

#### **Задача 6.**

В круге радиуса  $R$  наудачу появляется точка. Определить вероятность того, что она попадает в одну из двух непересекающихся фигур, площади которых равны  $S_1$  и  $S_2$ .

### Задача 7.

В двух партиях  $k_1$  и  $k_2$  % доброкачественных изделий соответственно. Наудачу выбирают по одному изделию из каждой партии. Какова вероятность обнаружить среди них: а) хотя бы одно бракованное; б) два бракованных; в) одно доброкачественное и одно бракованное?

### Задача 8.

Два игрока  $A$  и  $B$  поочередно бросают монету. Выигравшим считается тот, у кого раньше выпадает герб. Первый бросок делает игрок  $A$ , второй –  $B$ , третий –  $A$  и т. д.

1. Найти вероятность указанного ниже события. Варианты 1–

8. Выиграл  $A$  до  $k$ -го броска.

Варианты 9–15. Выиграл  $A$  не позднее  $k$ -го броска.

Варианты 16–23. Выиграл  $B$  до  $k$ -го броска.

Варианты 24–31. Выиграл  $B$  не позднее  $k$ -го броска. 2. Каковы вероятности выигрыша для каждого игрока при сколь угодно длительной игре?

### Задача 9.

В первой урне  $N_1$  белых и  $M_1$  черных шаров, во второй  $N_2$  белых и  $M_2$  черных. Из первой во вторую переложено  $K$  шаров, затем из второй урны извлечен один шар. Определить вероятность того, что выбранный из второй урны шар – белый.

### Задача 10.

Монета бросается до тех пор, пока герб не выпадает  $n$  раз. Определить вероятность того, что цифра выпадает  $m$  раз.

### Задача 11.

Вероятность выигрыша в лотерею на один билет равна  $p$ . Куплено  $n$  билетов. Найти наивероятнейшее число выигравших билетов, и соответствующую вероятность.

### Задача 12.

Вероятность «сбоя» в работе телефонной станции при каждом вызове равна  $p$ . Поступило  $n$  вызовов. Определить вероятность  $m$  «сбоев».

### Задача 13.

Вероятность наступления некоторого события в каждом из  $n$  независимых испытаний равна  $p$ . Определить вероятность того, что число  $m$  наступлений события удовлетворяет следующему неравенству.

Варианты 1–  $k_1 \leq m \leq k_2$  11: ;

Варианты 12–  $k_1 \leq m$  ; 21:

Варианты 22–  $m \leq k_2$  . 31:

### Задача 15.



Дана плотность распределения  $p_{\xi}(x)$  случайной величины  $\xi$ . Найти плотность распределения  $p_{\eta}(y)$ , математическое ожидание  $M\eta$  и дисперсию  $D\eta$  случайной величины  $\eta$ , которая представляет собой площадь одной из указанных ниже геометрических фигур.

**Задача 16.**

Случайная величина  $\xi$  имеет плотность распределения  $p_{\xi}(x)$  указанную в задаче 25. Другая случайная величина  $\xi$  связана

$$\eta = 2\xi^m + 1$$

функциональной зависимостью. Определить математическое ожидание  $M\eta$  и дисперсию случайной величины  $\xi$ .

**Задача 17.**

Случайная величина  $\xi$  имеет плотность распределения вероятностей  $p_{\xi}(x)$ .  
 $\eta = \varphi(\xi)$ .

Найти плотность распределения вероятностей  $p_{\eta}(y)$  случайной величины

**Наименование:** типовой расчет №2.

**Представление в ФОС:** набор вариантов заданий. **Варианты заданий:**

**Задача 1.**

Используя неравенство Чебышева, оценить вероятность того, что случайная величина  $\xi$  отклонится от своего математического ожидания  $M\xi$  менее чем на  $N\sigma$ , где  $\sigma = \sqrt{D\xi}$  – среднее квадратическое отклонение случайной величины  $\xi$ ;  $N$  – номер варианта.

**Задача 2.**

Известно, что случайная величина  $\xi$  имеет распределение

$$P(\xi = m) = \frac{a^m}{m!} e^{-a}$$

Пуассона, неизвестным является параметр  $a$ . Используя указанный

ниже метод получения точечных оценок, найти по реализации выборки  $(x_1, x_2, \dots, x_8)$  значение оценки  $a^*$  неизвестного параметра  $a$ .

Варианты 1–15. Метод моментов. Варианты 16–31. Метод максимального правдоподобия.

#### Задача 4.

Известно, что случайная величина  $\xi$  имеет биномиальное распределение  $P(\xi = m) = C_n^m p^m (1-p)^{n-m}$ , неизвестным является параметр  $p$ . Используя указанный ниже метод получения точечных оценок, найти по реализации выборки  $(x_1, x_2, \dots, x_8)$  значение оценки  $p^*$  неизвестного параметра  $p$ .

Варианты 1–15. Метод максимального правдоподобия. Варианты 16–31. Метод моментов.

#### Задача 5.

Случайная величина  $\xi$  имеет нормальное распределение с неизвестным математическим ожиданием  $a$  и известной дисперсией  $\sigma^2$ . По выборке  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$  объема  $n$  вычислено выборочное среднее  $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = a^*$ . Определить доверительный интервал для неизвестного параметра распределения  $a$ , отвечающий заданной доверительной вероятности  $\mathcal{P}$ .

#### Задача 6.

Случайная величина  $\xi$  имеет нормальное распределение с неизвестными математическим ожиданием  $a$  и дисперсией  $\sigma^2$ . По выборке  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$  объема  $n$  вычислены оценки среднего и дисперсии. Найти доверительный интервал для математического ожидания  $a$ , отвечающий доверительной вероятности  $\mathcal{P}$ .

#### Задача 7.

В результате  $n$  опытов получена несмещенная оценка для дисперсии нормальной случайной величины. Найти доверительный интервал для дисперсии при доверительной вероятности  $\mathcal{P}$ .

#### Задача 8.

В серии из  $n$  выстрелов по мишени наблюдалось  $m$  попаданий. Найти доверительный интервал для вероятности  $p$  попадания в мишень при доверительной вероятности  $\mathcal{P} = 0,95$ .

#### Задача 9.

В серии из  $n$  опытов событие  $A$  не наступило ни разу. Определить число опытов  $n$ , при котором верхняя доверительная граница для вероятности  $P(A)$  равна заданному числу  $P_1$ . Доверительную вероятность принять равной 0,95.

### Задача 10.

Для контроля взяты 200 узлов, собранных на ученическом контейнере. Число узлов  $m_i$ , при сборке которых пропущено  $i$  сведено в таблицу:

$$P(\xi = i) = \frac{a^i}{i!} e^{-a}$$

$\chi^2$  при уровне

$i$	0	1	2	3	4	5	6	7	
$m_i$	41	62	45	22	16	8	4	2	Всего 200

Согласуются ли полученные результаты с распределением Пуассона ( , где  $\xi$  – случайное число пропущенных операций) по критерию значимости  $\alpha$ ? Решить задачу для заданного значения параметра  $a$  и для случая, когда параметр  $a$  оценивается по выборке.

**Наименование:** контрольная работа.

**Представление в ФОС:** набор вариантов заданий.

**Варианты заданий:**

- 1) Какова вероятность, что 3 карты, вытасенные из колоды 52 карты, будут 3, 7, туз ?
- 2) На окружность бросаются 3 точки: А, В, С. Какова вероятность того что треугольник АВС :
  - а) прямоугольный;
  - б) остроугольный;
  - с) тупоугольный;
- 3) В лотерее  $n$  билетов,  $m$  из них выигрышные. Какова вероятность, что среди  $k$  взятых билетов будут выигрышные?
- 4) Какова вероятность, что случайное натуральное число:
  - а) делится и на 2 и на 3;
  - б) не делится ни на 2, ни на 3?
- 5) Один шахматист в 2 раза сильнее другого. Какой наиболее вероятный счет в матче:
  - а) из 100 партий;
  - б) из 99 партий?

**Наименование:** лабораторные работы.

**Представление в ФОС:** набор вариантов заданий. **Варианты заданий:**

- 1) Моделирование дискретных случайных величин.
- 2) Моделирование непрерывных случайных величин методом обратной функции.
- 3) Розыгрыш нормального распределения с помощью ЦПТ.
- 4) Оценки параметров распределений по выборкам, полученным в работах 1-3.

## 2. Критерии и шкалы оценивания

Для контрольных мероприятий (текущего контроля) устанавливается минимальное и максимальное количество баллов в соответствии с таблицей. Контрольное мероприятие считается пройденным успешно при условии набора количества баллов не ниже минимального.

Результат обучения по дисциплине считается достигнутым при успешном прохождении обучающимся всех контрольных мероприятий, относящихся к данному результату обучения.

<i>Раздел дисциплины</i>	<i>Форма контроля</i>	<i>Количество баллов</i>	
		<i>min</i>	<i>max</i>
1.	Работа на практических занятиях	3	5
2.	Выполнение и защита лабораторной работы № 1 «Моделирование дискретных случайных величин»	5	10
	Контрольная работа	5	10
	Работа на практических занятиях	3	5
3.	Выполнение и защита лабораторной работы № 2 «Моделирование непрерывных случайных величин методом обратной функции»	5	10
	Типовой расчет № 1	5	10
	Работа на практических занятиях	3	5
4.	Выполнение и защита лабораторной работы № 3 «Розыгрыш нормального распределения с помощью ЦПТ»	5	10
	Работа на практических занятиях	3	5
5.	Выполнение и защита лабораторной работы № 4 «Оценки параметров распределений по выборкам, полученным в работах 1-3»	10	15
	Типовой расчёт № 2	5	10
	Работа на практических занятиях	3	5
	Итого:	55	100

При оценивании результатов обучения по дисциплине в ходе текущего контроля успеваемости используются следующие критерии. Минимальное количество баллов выставляется обучающемуся при выполнении всех показателей, допускаются несущественные неточности в изложении и оформлении материала.

<i>Наименование, обозначение</i>	<i>Показатели выставления минимального количества баллов</i>
Типовой расчет	Задания выполнены более чем наполовину. Присутствуют серьезные ошибки. Продемонстрирован удовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены низкие способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.
Лабораторная работа	Заслуживает обучающийся, обнаруживший знания основного учебного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по профессии, знакомых с основной

	литературой, рекомендованной программой. Оценка выставляется обучающимся, допустившим погрешности в ответе на экзамене и при выполнении экзаменационных заданий, но обладающим необходимыми знаниями для их устранения под руководством преподавателя.
Контрольная работа	Задания выполнены более чем наполовину. Присутствуют серьёзные ошибки. Продемонстрирован удовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены низкие способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

Билет к зачету/зачету с оценкой/экзамену включает 2 теоретических вопроса и 2 практических заданий (задач).

Промежуточная аттестация проводится в форме письменной работы.

Время на подготовку: 45 минут.

При оценивании результатов обучения по дисциплине в ходе промежуточной аттестации используются следующие критерии и шкала оценки:

<i><b>Оценка</b></i>	<i><b>Критерии оценки</b></i>
«отлично»	Правильно выполнены все задания. Продемонстрирован высокий уровень владения материалом. Проявлены превосходные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.
«хорошо»	Правильно выполнена большая часть заданий. Присутствуют незначительные ошибки. Продемонстрирован хороший уровень владения материалом. Проявлены средние способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.
«удовлетворительно»	Задания выполнены более чем наполовину. Присутствуют серьёзные ошибки. Продемонстрирован удовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены низкие способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.
«неудовлетворительно»	Задания выполнены менее чем наполовину. Продемонстрирован неудовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены недостаточные способности применять знания и умения к выполнению.