

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Воткинский филиал  
Федерального государственного бюджетного образовательного  
учреждения высшего образования  
«Ижевский государственный технический университет имени М.Т. Калашникова»  
(ВФ ФГБОУ ВО «ИжГТУ имени М.Т. Калашникова»)

УТВЕРЖДАЮ

Директор

/Давыдов И.А.

03 июня 2020 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Алгебра и геометрия

направление 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника»

профиль «Автоматизированные системы обработки информации и управления»

уровень образования: бакалавриат

форма обучения: очная

общая трудоемкость дисциплины составляет: 8 зачетных единиц(ы)




Кафедра Естественные науки и информационные технологии

Составитель Сентяков Кирилл Борисович, к.т.н, доцент

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта высшего образования и рассмотрена на заседании кафедры

Протокол от 03 июня 2020 г. № 4

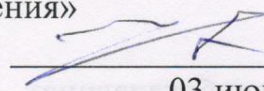
Заведующий кафедрой

  
\_\_\_\_\_  
К.Б. Сентяков  
03 июня 2020 г.

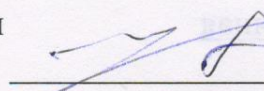
### СОГЛАСОВАНО

Количество часов рабочей программы и формируемые компетенции соответствуют учебному плану направления 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника», профиль «Автоматизированные системы обработки информации и управления»

Председатель учебно-методической комиссии по направлению 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника», профиль «Автоматизированные системы обработки информации и управления»

  
\_\_\_\_\_  
К.Б. Сентяков  
03 июня 2020 г.

Руководитель образовательной программы

  
\_\_\_\_\_  
К.Б. Сентяков  
03 июня 2020 г.

Аннотация к дисциплине

<b>Название дисциплины</b>	Алгебра и геометрия
<b>Направление подготовки (специальность)</b>	09.03.01 «Информатика и вычислительная техника»
<b>Направленность (профиль/ программа/специализация)</b>	«Автоматизированные системы обработки информации и управления»
<b>Место дисциплины</b>	Обязательная часть Блока 1 Дисциплины (модули)
<b>Трудоемкость (з.е. / часы)</b>	8 з.е./ 288 часов
<b>Цель изучения дисциплины</b>	<b>Целью</b> дисциплины является приобретение знаний и умений, освоение методов решения алгебраических и геометрических задач. Формирование мировоззрения и развитие системного математического мышления, привитие навыков математического моделирования практических и инженерных задач, их теоретического исследования и решения программными средствами в профессиональной деятельности
<b>Компетенции, формируемые в результате освоения дисциплины</b>	<b>ОПК-1</b> Способен применять естественнонаучные и общетеоретические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности;
<b>Содержание дисциплины (основные разделы и темы)</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Основные понятия общей алгебры. Матричное исчисление. Определители. Матричные уравнения. Системы линейных алгебраических уравнений</li> <li>- n-мерное линейное пространство. Поле вещественных чисел. Поле комплексных чисел.</li> <li>- Векторная алгебра.</li> <li>- Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве. Прямые и плоскости.</li> <li>- Кривые и поверхности второго порядка.</li> <li>- Линейные операторы.</li> <li>- Евклидовы пространства. Билинейные и квадратичные формы.</li> <li>- Основы теории чисел.</li> <li>- Основы теории групп и многочленов.</li> </ul>
<b>Форма промежуточной аттестации</b>	зачет экзамен

## 1. Цели и задачи дисциплины

**Целью** преподавания дисциплины является приобретение знаний и умений, освоение методов решения алгебраических и геометрических задач. Формирование мировоззрения и развитие системного математического мышления, привитие навыков математического моделирования практических и инженерных задач, их теоретического исследования и решения программными средствами в профессиональной деятельности.

### **Задачи** дисциплины:

- изучение основных теоретических положений и методов алгебры и геометрии,
- формирование навыков в математической постановке и моделировании практических задач,
- формирование навыков выполнения алгебраических расчетов и построения геометрических объектов с использованием программных средств и вычислительной техники.

В результате изучения дисциплины студент должен

### **знать:**

- основные понятия общей алгебры; матричное исчисление; определители, их свойства;
- методы решения СЛАУ;
- понятие поля вещественных и комплексных чисел; понятие линейного пространства, базиса и размерности линейного пространства;
- векторную алгебру;
- различные формы уравнений прямых на плоскости, прямых и плоскостей в пространстве и их взаимное расположение;
- кривые и поверхности второго порядка;
- понятие линейных операторов и действия над ними; понятие собственных значений и собственных векторов линейного оператора;
- понятие евклидова пространства, матрицу Грама, понятие нормированного пространства, ортонормированного базиса конечномерного евклидова пространства
- билинейные и квадратичные формы;
- основные понятия теории чисел и многочленов одной переменной; элементы теории групп.

### **уметь:**

- совершать операции над матрицами, решать матричные уравнения;
- проводить анализ совместности и решать неоднородные СЛАУ методом Гаусса, матричным методом и с помощью формул Крамера; проводить анализ нетривиальной совместности однородной СЛАУ, находить ФСР;
- совершать операции над комплексными числами;
- проводить преобразование координат при преобразовании базиса  $n$ -мерного линейного пространства;
- совершать операции над векторами;
- анализировать уравнение прямой на плоскости, уравнения прямых и плоскостей в пространстве; строить и анализировать кривые и поверхности второго порядка;
- находить собственные значения и собственные векторы матриц линейных операторов;
- приводить квадратичную форму к каноническому виду;
- решать задачи теории чисел и многочленов;

– применять математический аппарат алгебры и геометрии для решения практических задач с использованием программных средств и вычислительной техники.

**владеть:**

- навыками проведения операций над матрицами, методами анализа и решения матричных уравнений, СЛАУ;
- методами решения задач векторной алгебры и аналитической геометрии;
- техникой разложения векторов по базису, преобразования координат при преобразовании базиса, ортогонализации базиса;
- техникой преобразования матрицы линейного оператора при переходе к новому базису, нахождения собственных значений и собственных векторов линейного оператора; построения ортонормированного базиса из собственных векторов самосопряженного оператора;
- техникой приведения квадратичной формы к каноническому виду;
- техникой анализа алгебраических структур;
- техникой решения типичных задач теории чисел и многочленов;
- навыками исследования практических задач с использованием программных средств и вычислительной техники.

## 2. Место дисциплины в структуре ООП:

Дисциплина относится к обязательной части Блока 1 «Дисциплины (модули)» ООП.

Для изучения дисциплины студент должен

**знать:**

- понятие вектора, линейные операции над векторами;
- понятие скалярного произведения двух векторов, геометрические и алгебраические свойства;
- основные геометрические объекты на плоскости и в пространстве, их свойства и основные формулы;
- понятие делимости, признаки делимости, понятие НОД и НОК.

**уметь:**

- совершать алгебраические преобразования;
- совершать линейные операции над векторами;
- вычислять скалярное произведение векторов;
- решать геометрические задачи школьного уровня.

**владеть:**

- навыками проведения алгебраических преобразований;
- навыками совершать линейные операции над векторами;
- навыками вычисления скалярного произведения векторов;
- навыками построения геометрических объектов на плоскости и в пространстве;
- навыками использовать признаки делимости и нахождения НОД и НОК на школьном уровне.

Изучение дисциплины базируется на знаниях, полученных при изучении дисциплин: Математика (среднее (полное) общее образование).

## 3. Требования к результатам освоения дисциплины:

### 3.1. Знания, приобретаемые в ходе изучения дисциплины

№ п/п З	Знания
1	Основные понятия общей алгебры. Матричное исчисление. Определители, их свойства.
2	Методы решения СЛАУ.
3	Понятие поля вещественных и комплексных чисел, линейного пространства, базиса и размерности линейного пространства.
4	Векторная алгебра.
5	Различные формы уравнений прямых на плоскости, прямых и плоскостей в пространстве и их взаимное расположение;
6	Кривые и поверхности второго порядка.
7	Понятие линейных операторов и действия над ними; понятие собственных значений и собственных векторов линейного оператора.
8	Понятие евклидова пространства, матрица Грама, понятие нормированного пространства, ортонормированного базиса конечномерного евклидова пространства.
9	Билинейные и квадратичные формы.
10	Основные понятия теории чисел и многочленов одной переменной; элементы теории групп.

### 3.2. Умения, приобретаемые в ходе изучения дисциплины

№ п/п У	Умения
1	Совершать операции над матрицами, решать матричные уравнения.
2	Проводить анализ совместности и решать неоднородные СЛАУ методом Гаусса, матричным методом и с помощью формул Крамера; проводить анализ нетривиальной совместности однородной СЛАУ, находить ФСР.
3	Совершать операции над комплексными числами.
4	Проводить преобразование координат при преобразовании базиса $n$ -мерного линейного пространства.
5	Совершать операции над векторами.
6	Анализировать уравнение прямой на плоскости, уравнения прямых и плоскостей в пространстве; строить и анализировать кривые и поверхности второго порядка.
7	Находить собственные значения и собственные векторы матриц линейных операторов.
8	Приводить квадратичную форму к каноническому виду.
9	Решать задачи теории чисел и многочленов.
10	Применять математический аппарат алгебры и геометрии для решения практических задач с использованием программных средств и вычислительной техники.

### 3.3. Навыки, приобретаемые в ходе изучения дисциплины

№ п/п Н	Навыки
1	Владеть навыками проведения операций над матрицами, методами анализа и решения матричных уравнений, СЛАУ.
2	Методами решения задач векторной алгебры и аналитической геометрии.
3	Техникой разложения векторов по базису, преобразования координат при преобразовании базиса, ортогонализации базиса.
4	Техникой преобразования матрицы линейного оператора при переходе к новому базису, нахождения собственных значений и собственных векторов линейного оператора, построения ортонормированного базиса из собственных векторов самосопряженного оператора.
5	Техникой приведения квадратичной формы к каноническому виду.
6	Техникой анализа алгебраических структур.
7	Техникой решения типичных задач теории чисел и многочленов.
8	Навыками исследования практических задач с использованием программных средств и вычислительной техники.

### 3.4. Компетенции, приобретаемые в ходе изучения дисциплины

Компетенции	Индикаторы	Знания (№№ из 3.1)	Умения (№№ из 3.2)	Навыки (№№ из 3.3)
ОПК-1. Способен применять естественнонаучные и инженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности.	ОПК-1.1 Знать: основы математики, физики, вычислительной техники и программирования	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10.		
	ОПК-1.2 Уметь: решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и инженерных знаний, методов математического анализа и моделирования.		1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10.	
	ОПК-1.3 Владеть: навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности			1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8.

## 4. Структура и содержание дисциплины (модуля)

### 4.1. Разделы дисциплин и виды занятий

№ п/п	Раздел дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)				Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Форма промежуточной аттестации (по семестрам)	
				лек	прак	лаб	СРС*		
1	<b>Тема 1.</b> Основные понятия общей алгебры. Матричное исчисление. Определители. Матричные уравнения. Системы линейных алгебраических уравнений.	1	1	2	2		4	Типовой расчёт: «Матричное исчисление. Определители. Системы линейных алгебраических уравнений».	
			2	2	2		4		
			3	2	2		4		
			4	2	2		4		
			5	2	2		4		
			6	2	2		4		
2	<b>Тема 2.</b> n-мерное линейное пространство. Поле вещественных чисел. Поле комплексных чисел.	1	8	2	2		6	Типовой расчёт: «Линейные пространства». Индивидуальное домашнее задание по комплексным числам. Контрольная работа: «Определители. Системы линейных алгебраических уравнений. Комплексные числа».	
			9	2	2		6		
			10	2	2		6		
3	<b>Тема 3.</b> Векторная алгебра.	1	11	2	2		4	Типовой расчёт: «Векторная алгебра». Контрольная работа «Векторная алгебра».	
			12	2	2		4		
			13	2	2		4		
			14	2	2		4		
4	<b>Тема 4.</b> Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве. Прямые и плоскости.	1	15	2	2		8	Типовой расчёт: «Прямые и плоскости». Формулы. Контрольная работа: «Взаимное расположение прямых и плоскостей».	
			16	2	2		8		
							2	Зачет.	
	<b>Итого 1 семестр</b>			<b>32</b>	<b>32</b>		<b>80</b>		
	В том числе контроль самостоятельной работы				2				
5	<b>Тема 5.</b> Кривые и поверхности второго порядка.	2	1	2			8	Типовой расчёт: «Кривые и поверхности второго порядка». Формулы.	
			2	2	2				
			3	2					
6	<b>Тема 6.</b> Линейные операторы.	2	4	2	2		8	Типовой расчёт: «Линейная алгебра».	
			5	2					
			6	2	2				8
7	<b>Тема 7.</b> Евклидовы пространства. Билинейные и квадратичные формы.	2	7	2			8	Типовой расчёт: «Линейная алгебра». Контрольная работа «Базис. Собственные значения и векторы линейного оператора».	
			8	2	2				
			9	2					
			10	2	2				8
			11	2					

8	<b>Тема 8.</b> Основы теории чисел.	2	12 13 14	2 2 2	2		6  6	ИДЗ 1 «Алгоритм Евклида, каноническое разложение», ИДЗ 2 «Непрерывные дроби», ИДЗ 3 «Сравнения, системы сравнений».
9	<b>Тема 9.</b> Основы теории групп и многочленов.		15 16	2 2	2		8	Контрольная работа «Основы теории чисел и многочленов».
							36	Экзамен.
	<b>Итого 2 семестр</b>			<b>32</b>	<b>16</b>		<b>96</b>	
	<b>Всего</b>			<b>64</b>	<b>48</b>		<b>176</b>	
	В том числе контроль самостоятельной работы				2			

#### 4.2. Содержание разделов курса

№ п/п	Раздел дисциплины	Знания (номер из 3.1)	Умения (номер из 3.2)	Навыки (номер из 3.3)
1	1. Основные понятия общей алгебры. Алгебраические структуры. Ассоциативные и коммутативные операции. Понятие полугруппы. Обобщенная ассоциативность, степени и кратные. 2. Обратимость элементов в полугруппах с единицей. Обратный элемент. Понятие группы. Циклические группы. Кольца. Понятие матрицы. Основные операции над матрицами. Кольцо матриц. 3. Определители $n$ -го порядка, свойства. 4. Обратная матрица, вычисление, свойства. Решение простейших матричных уравнений. 5. Ранг матрицы. Теорема о базисном миноре. 6. Системы линейных уравнений. Основные понятия. Условие совместности системы линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли. Однородные линейные системы. Совместность однородной системы. 7. Методы решений системы линейных уравнений. Метод Гаусса, Гаусса-Жордано, формулы Крамера, матричный метод.	1, 2.	1, 2, 10.	1, 8.
2	1. $n$ -мерное линейное пространство. Поле вещественных чисел. Поле комплексных чисел. Операции над комплексными числами. Геометрическая интерпретация. Тригонометрическая и показательная форма записи комплексного числа. 2. Определение линейного пространства. Понятие вектора. Понятие линейной зависимости векторов. Базис и размерность линейного пространства. Понятие изоморфизма линейных пространств. Понятие подпространства. Фундаментальная совокупность решений. 3. Преобразование координат при преобразовании базиса $n$ -мерного линейного пространства. Связь между преобразованием базисов и координат.	3.	3, 4, 10.	3, 8.
3	1. Понятие вектора. Линейные операции над векторами и их свойства. Понятие линейной зависимости векторов. Понятие базиса (на плоскости и в пространстве). Аффинные координаты. Проекция вектора на ось и ее свойства. 2. Различные виды систем координат: декартова прямоугольная система координат, полярные, цилиндрические, сферические. Деление отрезка в данном отношении. Скалярное произведение векторов, геометрические и алгебраические свойства. Выражение скалярного произведения через координаты векторов в ортонормированном базисе. 3. Правые и левые тройки векторов и системы координат. Понятие векторного произведения двух векторов. Геометрические свойства векторного произведения. Определение	4.	5, 10.	2, 8.



	смешанного произведения. Алгебраические свойства векторного произведения. Выражение векторного и смешанного произведения векторов в декартовых координатах. 4. Преобразование декартовых прямоугольных координат на плоскости и в пространстве при параллельном переносе и повороте осей координат.			
4	1. Понятие об уравнениях линий и поверхностей. Уравнения прямой и плоскости: общие уравнения прямой и плоскости; неполные уравнения прямой и плоскости; уравнения прямой и плоскости в отрезках; канонические уравнения прямой на плоскости и в пространстве; параметрические уравнения прямой; прямая с угловым коэффициентом на плоскости; уравнение плоскости, проходящей через три различные точки, не лежащие на одной прямой. 2. Взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве. Условия параллельности прямых и плоскостей. Нормальные уравнения прямой и плоскости, приложения. Условие принадлежности прямой и двух прямых плоскости.	5.	6, 10.	2, 8.
5	1. Кривые второго порядка. Канонические уравнения эллипса, гиперболы и параболы. Геометрические свойства эллипса, гиперболы и параболы. 2. Поверхности второго порядка. Исследование формы поверхности второго порядка методом сечений.	6.	6, 10.	2, 8.
6	1. Понятие линейного оператора. Действия над линейными операторами. Свойства линейных операторов. 2. Матричная запись линейных операторов. Преобразование матрицы линейного оператора при переходе к новому базису. 3. Характеристический многочлен линейного оператора. Собственные значения и собственные векторы линейных операторов.	7.	7, 10.	4, 8.
7	1. Евклидово пространство: определение и свойства. Матрица и определитель Грама. Геометрический смысл определителя Грама. Понятие нормы. Вещественное линейное нормированное пространство. 2. Угол между векторами. Ортонормированный базис конечномерного евклидова пространства. Процесс ортогонализации Грама – Шмидта линейно независимых векторов. Ортогональное дополнение подпространства в евклидовом пространстве. 3. Сопряженные операторы в евклидовом пространстве и их свойства. Самосопряженные операторы. Построение ортонормированного базиса из собственных векторов самосопряженного оператора. 4. Ортогональные операторы, их свойства. Ортогональные матрицы. 5. Билинейные формы. Квадратичная форма. Матрица билинейной и квадратичной формы. Закон инерции и квадратичной формы. Критерий Сильвестра. Преобразование квадратичной формы при переходе к новому базису. Приведение квадратичной формы к сумме квадратов.	8, 9.	8, 10.	5, 8.
8	1. Делимость целых чисел. Частное и остаток. Простейшие свойства делимости целых чисел. Признаки делимости. Деление с остатком. Теорема о существовании и единственности деления с остатком. НОД. Взаимно простые числа. Теорема о линейном представлении НОД. Нахождение НОД с помощью алгоритма Евклида. 2. НОК. Простые и составные числа. Основная теорема арифметики. Теорема Евклида. Решето Эратосфена. Определение сравнения и простейшие свойства. Классы вычетов по модулю $m$ . Свойства сравнений. 3. Полная и приведенная система вычетов. Функция Эйле-	10.	9, 10.	6, 8.

	ра. Теоремы Эйлера и Ферма. Задачи на применение теоремы Эйлера и малой теоремы Ферма. Сравнения первой степени. Системы сравнения. Китайская теорема об остатках.			
9	1. Отношение делимости в кольце многочленов, деление с остатком. НОД, НОК многочленов и алгоритм Евклида. Взаимно простые многочлены, их свойства. Каноническое разложение многочлена. Основная теорема алгебры. Производная многочлена, ее свойства. Теорема Безу. 2. Элементы теории групп.	10.	9, 10.	7, 8.

#### 4.3. Наименование тем практических занятий, их содержание и объем в часах

№ п/п	№ раздела дисциплины	Наименование практических работ	Трудоемкость (час)
1.	1.	Основные понятия общей алгебры. Матрицы, основные операции над матрицами. Вычисление определителей. Обратная матрица. Ранг матрицы. Системы линейных алгебраических уравнений.	14
2.	2.	Поле комплексных чисел. Операции над комплексными числами. Базис и размерность линейного пространства. Фундаментальная совокупность решений. Преобразование координат при преобразовании базиса $n$ -мерного линейного пространства.	6
3.	3.	Скалярное и векторное произведение двух векторов. Смешанное произведение трёх векторов. Приложения.	8
4.	4.	Прямая и плоскость. Взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве.	4
5.	5.	Кривые и поверхности второго порядка.	2
6.	6.	Однородные и неоднородные СЛАУ. Нахождение ФСР. Собственные значения и собственные векторы линейных операторов.	4
7.	7.	Построение ортонормированного базиса из собственных векторов самосопряженного оператора. Преобразование квадратичной формы при переходе к новому базису. Приведение квадратичной формы к сумме квадратов.	4
8.	8.	Алгоритм Евклида, каноническое разложение. Непрерывные дроби. Сравнения, системы сравнений.	4
9.	9.	Кольцо многочленов. Элементы теории групп.	2
	<b>Всего</b>		<b>48</b>

#### 5. Содержание самостоятельной работы студентов. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

##### 5.1. Содержание самостоятельной работы

№ п/п	№ раздела дисциплины	Наименование тем	Трудоемкость (час)
1.	1	Типовой расчёт: «Матричное исчисление. Определители. Системы линейных алгебраических уравнений».	24
2.	2	Типовой расчёт: «Линейные пространства». Домашнее задание: «Комплексные числа».	14
3.	1, 2	Контрольная работа: «Определители. Системы линейных алгебраических уравнений. Комплексные числа».	8
4.	3	Типовой расчёт: «Векторная алгебра». Контрольная работа: «Векторная алгебра».	16
5.	4	Типовой расчёт: «Прямые и плоскости».	16
6.	3,4	Контрольная работа: «Взаимное расположение прямых и плоскостей».	2
		зачет	2
	<b>Всего за 1-ый семестр</b>		<b>80</b>
7.	5	Типовой расчёт: «Кривые и поверхности второго порядка».	8
8.	6	Типовой расчёт: «Линейная алгебра».	14
9.	7	Типовой расчёт: «Линейная алгебра».	14
10.	6, 7	Контрольная работа: «Базис. Собственные значения и векторы линейного оператора».	4

11.	8, 9	Типовой расчёт: ИДЗ 1 «Алгоритм Евклида, каноническое разложение», ИДЗ 2 «Непрерывные дроби», ИДЗ 3 «Сравнения, системы сравнений».	16
12.	8, 9	Контрольная работа «Основы теории чисел и многочленов».	4
		экзамен	36
	<b>Всего за 2-ой семестр</b>		<b>96</b>

**5.2.** Оценочные средства, используемые для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по итогам освоения дисциплины, их виды и формы, требования к ним и шкалы оценивания приведены в приложении к рабочей программе дисциплины «Фонд оценочных средств по дисциплине Алгебра и геометрия», которое оформляется в виде отдельного документа.

## **6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины:**

### **а) Основная литература**

Номер	Наименование книги	Год издания
1	Елькин, А. Г. Линейная алгебра и аналитическая геометрия [Электронный ресурс] : учебное пособие / А. Г. Елькин. — Электрон. текстовые данные. — Саратов : Вузовское образование, 2018. — 95 с. — 978-5-4487-0325-6. — Режим доступа: <a href="http://www.iprbookshop.ru/77939.html">http://www.iprbookshop.ru/77939.html</a>	2018
2	Гусак А. А. Аналитическая геометрия и линейная алгебра. Примеры и задачи [Электронный ресурс] : учебное пособие / А. А. Гусак. — Электрон. текстовые данные. — Минск: ТетраСистемс, 2011. — 265 с. — 978-985-536-229-7. — Режим доступа: <a href="http://www.iprbookshop.ru/28035.html">http://www.iprbookshop.ru/28035.html</a>	2011

### **б) Дополнительная литература**

Номер	Наименование книги	Год издания
1	Веселова Л. В. Алгебра и теория чисел [Электронный ресурс] : учебное пособие / Л. В. Веселова, О. Е. Тихонов. — Электрон. текстовые данные. — Казань: Казанский национальный исследовательский технологический университет, 2014. — 107 с. — 978-5-7882-1636-2. — Режим доступа: <a href="http://www.iprbookshop.ru/61956.html">http://www.iprbookshop.ru/61956.html</a>	2014
2	Бобылева Т.Н. Линейная алгебра и аналитическая геометрия [Электронный ресурс]: учебно-методическое пособие/ Бобылева Т.Н., Кирьянова Л.В., Титова Т.Н. — Электрон. текстовые данные. — М.: МИСИ-МГСУ, Ай Пи Эр Медиа, ЭБС АСВ, 2018.— 144 с. — Режим доступа: <a href="http://www.iprbookshop.ru/80626.html">http://www.iprbookshop.ru/80626.html</a>	2018

### **в) перечень ресурсов информационно-коммуникационной сети Интернет**

1. Электронно-библиотечная система IPRbooks\_ <http://istu.ru/material/elektronno-bibliotechnaya-sistema-iprbooks>
2. Электронный каталог научной библиотеки ИжГТУ имени М.Т. Калашникова Web ИРБИС. [http://94.181.117.43/cgi-bin/irbis64r\\_12/cgiirbis\\_64.exe?LNG=&C21COM=F&I21DBN=IBIS&P21DBN=IBIS](http://94.181.117.43/cgi-bin/irbis64r_12/cgiirbis_64.exe?LNG=&C21COM=F&I21DBN=IBIS&P21DBN=IBIS)
3. Национальная электронная библиотека - <http://нэб.рф>
4. Мировая цифровая библиотека - <http://www.wdl.org/ru>
5. Международный индекс научного цитирования Web of Science - <http://webofscience.com>
6. Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU – <https://elibrary.ru/defaultx.asp>

### **г) программное обеспечение:**

1. Microsoft Office Standard 2007
2. Doctor Web Enterprise Suite

### **д) методические указания:**

1. Индивидуальные задания по высшей математике: учеб. пособие. В 4 ч. Ч. 1. Линейная и векторная алгебра. Аналитическая геометрия. Дифференциальное исчисление функций одной переменной / А. П. Рябушко [и др.] ; под общ. ред. А. П. Рябушко. — 7-е изд. — Минск : Выш. шк., 2013. — 304 с. : ил.
2. Оформление контрольных работ, рефератов, курсовых работ и проектов, отчетов по практике,

выпускных квалификационных работ: методические указания/сост.: А.Ю. Уразбахтина, Р.М. Бакиров, В.А. Смирнов – Воткинск: Изд. ВФ ИжГТУ имени М.Т. Калашникова, 2018–25с.- Режимдоступа:[http://vfistu.ru/images/files/Docs/metodichka\\_po\\_oformleiu\\_v3.pdf](http://vfistu.ru/images/files/Docs/metodichka_po_oformleiu_v3.pdf)

3. Учебно-методическое пособие по организации самостоятельной работы обучающихся: для обучающихся по направлению подготовки 15.03.05 – конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств/ сост.: Р.М. Бакиров, Е.В. Чумакова. – Воткинск: изд. ВФ ИжГТУ имени М.Т. Калашникова, 2019–15с.- Режимдоступа:[http://vfistu.ru/images/files/Docs/metorg\\_po\\_sam\\_rabote.pdf](http://vfistu.ru/images/files/Docs/metorg_po_sam_rabote.pdf)

## **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины:**


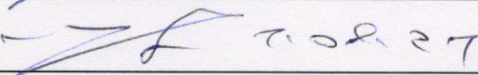
1. Специальные помещения – учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, оборудованные доской, столами, стульями.
2. Специальные помещения – учебные аудитории для проведения: занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, оборудованные доской, столами, стульями.
3. Специальные помещения – учебные аудитории для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся, оборудованные доской, столами, стульями.
4. Специальные помещения – учебные аудитории для организации и проведения самостоятельной работы студентов, оборудованные доской, компьютерами с возможностью подключения к сети «Интернет», столами, стульями.



**Лист согласования рабочей программы дисциплины на учебный год  
«Алгебра и геометрия»**

Рабочая программа дисциплины «Алгебра и геометрия» по направлению подготовки  
09.03.01 «Информатика и вычислительная техника»  
по профилю «Автоматизированные системы обработки информации и управления»

согласована на ведение учебного процесса в учебном году:

<i>Учебный год</i>	<i>«Согласовано»: заведующий кафедрой, ответственной за РПД (подпись и дата)</i>
2020 – 2021	
2021 – 2022	
2022 – 2023	
2023 – 2024	

**Приложение к рабочей программе  
дисциплины**

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Воткинский филиал  
Федерального государственного бюджетного образовательного  
учреждения высшего образования  
«Ижевский государственный технический университет имени М.Т. Калашникова»  
(ВФ ФГБОУ ВО «ИжГТУ имени М.Т. Калашникова»)

**Оценочные средства  
по дисциплине**

Алгебра и геометрия

направление 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника»

профиль «Автоматизированные системы обработки информации и управления»

уровень образования: бакалавриат

форма обучения: очная

общая трудоемкость дисциплины составляет: 8 зачетных единиц(ы)

**Паспорт  
оценочных средств  
по дисциплине «Алгебра и геометрия»  
(наименование дисциплины)**

№ п/п	Раздел дисциплины*	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства
1	Основные понятия общей алгебры. Матричное исчисление. Определители. Матричные уравнения. Системы линейных алгебраических уравнений	ОПК-1	Типовой расчёт: «Матричное исчисление. Определители. Системы линейных алгебраических уравнений». Контрольная работа: «Определители. Системы линейных алгебраических уравнений. Комплексные числа». Зачёт.
2	$n$ -мерное линейное пространство. Поле вещественных чисел. Поле комплексных чисел.	ОПК-1	Типовой расчёт: «Линейные пространства». Домашнее задание: «Комплексные числа». Контрольная работа: «Определители. Системы линейных алгебраических уравнений. Комплексные числа». Зачёт.
3	Векторная алгебра.	ОПК-1	Типовой расчёт: «Векторная алгебра». Контрольная работа «векторная алгебра». Зачёт.
4	Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве. Прямые и плоскости.	ОПК-1	Типовой расчёт: «Прямые и плоскости». Формулы. Контрольная работа: «Взаимное расположение прямых и плоскостей». Зачёт.
5	Кривые и поверхности второго порядка.	ОПК-1	Типовой расчёт: «Кривые и поверхности второго порядка». Формулы. Экзамен.
6	Линейные операторы.	ОПК-1	Типовой расчёт: «Линейная алгебра». Экзамен.
7	Евклидовы пространства. Билинейные и квадратичные формы.	ОПК-1	Типовой расчёт: «Линейная алгебра». Контрольная работа «Базис. Собственные значения и векторы линейного оператора». Экзамен.
8	Основы теории чисел.	ОПК-1	ИДЗ 1 «Алгоритм Евклида, каноническое разложение», ИДЗ 2 «Непрерывные дроби», ИДЗ 3 «Сравнения, системы сравнений». Экзамен.
9	Основы теории групп и многочленов.	ОПК-1	Контрольная работа «Основы теории чисел и многочленов». Экзамен.

**Описания элементов ФОС**

**Наименование:** зачёт

**Представление в ФОС:** перечень вопросов

**Перечень вопросов для проведения зачёта:**

1. Алгебраические структуры. Множества с алгебраическими операциями.
2. Ассоциативные и коммутативные операции, понятие полугруппы.
3. Обобщенная ассоциативность, степени и кратные.
4. Обратимость элементов в полугруппах с единицей.
5. Понятие группы. Примеры групп.
6. Циклические группы. Кольца.
7. Понятие матрицы. Основные операции над матрицами.
8. Понятие определителя  $n$ -го порядка. Миноры и алгебраические дополнения. Свойства определителей.
9. Обратная матрица.

10. Ранг матрицы. Теорема о базисном миноре.
11. Системы линейных уравнений. Условие совместности СЛАУ. Теорема Кронекера-Капелли.
12. Однородные линейные системы. Совместность однородной системы.
13. Методы решения линейных систем. Метод Гаусса.
14. Матричный метод. Формулы Крамера.
15. Поле вещественных чисел. Поле комплексных чисел. Определение комплексных чисел. Алгебраические операции над комплексными числами. Геометрическая интерпретация комплексных чисел.
16. Тригонометрическая и показательная форма записи комплексного числа. Извлечение корня из комплексного числа.
17. Определение линейного пространства. Примеры линейных пространств. Понятие линейной зависимости векторов. Размерность линейного пространства.
18. Базис и координаты. Преобразование координат при преобразовании базиса  $n$ -мерного линейного пространства. Понятие подпространства. Фундаментальная совокупность решений.
19. Векторы, основные понятия. Линейные операции над векторами и их свойства (сложение и вычитание векторов, произведение вектора на число).
20. Понятие линейной зависимости векторов. Понятие базиса (на плоскости и в пространстве). Основное значение базиса. Аффинные системы координат.
21. Проекция вектора на ось и ее линейные свойства. Деление отрезка в данном отношении.
22. Различные виды систем координат: декартова прямоугольная система координат, полярные, цилиндрические, сферические координаты.
23. Скалярное произведение векторов. Механический смысл скалярного произведения. Геометрические и алгебраические свойства. Выражение скалярного произведения векторов в декартовых координатах. Угол между векторами.
24. Векторное произведение векторов. Геометрические и алгебраические свойства векторного произведения векторов. Приложение.
25. Выражение векторного произведения в декартовых координатах. Условие коллинеарности двух векторов.
26. Смешанное произведение трех векторов. Геометрический смысл смешанного произведения векторов. Выражение смешанного произведения векторов в декартовых координатах. Необходимое и достаточное условие компланарности трех векторов.
27. Преобразование декартовых прямоугольных координат на плоскости. Геометрическая интерпретация. Матрица поворота.
28. Понятие об уравнениях линий и поверхностей. Уравнения прямой и плоскости: общие уравнения прямой и плоскости; неполные уравнения прямой и плоскости; уравнения прямой и плоскости в отрезках.
29. Канонические уравнения прямой на плоскости и в пространстве; параметрические уравнения прямой, прямая с угловым коэффициентом на плоскости.
30. Взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве. Условия параллельности прямых и плоскостей.
31. Нормальные уравнения прямой и плоскости, приложения.
32. Условие принадлежности прямой и двух прямых плоскости.

### **Критерии оценки:**

Приведены в разделе 2

**Наименование:** экзамен

**Представление в ФОС:** перечень вопросов

### **Перечень вопросов для проведения экзамена:**

1. Кривые второго порядка. Канонические уравнения эллипса, гиперболы и параболы. Вывод канонического уравнения одной из них.
2. Геометрические свойства эллипса, гиперболы и параболы. Общее уравнение кривой второго порядка. Приведение общего уравнения кривой второго порядка к каноническому виду (параллельный перенос и поворот осей координат).
3. Цилиндрические и конические поверхности и их уравнения. Поверхности вращения. Трехосный эллипсоид. Эллипсоид вращения. Сфера.
4. Гиперболоиды. Однополостной гиперболоид. Двуполостной гиперболоид. Однополостной и двуполостной гиперболоид вращения.
5. Параболоиды. Эллиптический параболоид. Гиперболический параболоид.
6. Понятие линейного оператора. Действия над линейными операторами. Матричная запись линейных операторов. Преобразование матрицы линейного оператора при переходе к новому базису.
7. Характеристический многочлен линейного оператора. Собственные значения и собственные векторы линейных операторов.
8. Евклидово пространство: определение и свойства. Матрица и определитель Грама. Геометрический смысл определителя Грама.
9. Неравенство Коши-Буняковского. Понятие нормы. Вещественное линейное нормированное пространство.



10. Угол между векторами. Ортонормированный базис конечномерного евклидова пространства. Процесс ортогонализации Грама – Шмидта линейно независимых векторов.
11. Билинейные формы. Квадратичная форма. Матрица билинейной и квадратичной формы.
12. Преобразование квадратичной формы при переходе к новому базису. Приведение квадратичной формы к сумме квадратов.
13. Закон инерции и квадратичной формы. Критерий Сильвестра.
14. Квадратичные формы в Евклидовом пространстве.
15. Понятие делимости. Делители. Множители и кратные. Деление целое. Простейшие свойства делимости целых чисел. Признаки делимости. Деление с остатком. Теорема о существовании и единственности деления с остатком.
16. Наибольший общий делитель. Взаимно простые числа. Теорема о линейном представлении НОД.
17. Алгоритм Евклида. Свойства делимости и НОД.
18. НОК, связь НОД и НОК. Собственные делители. Простые числа. Основная теорема арифметики (о существовании и единственности разложения).
19. Теорема Евклида о бесконечности множества простых чисел. Каноническое разложение натурального числа. Решето Эратосфена.
20. Бесконечные цепные дроби.
21. Определение сравнения по модулю, простейшие свойства.
22. Сравнения и арифметические действия над ними.
23. Умножение и сокращение сравнений на число.
24. Полная и приведенная система вычетов. Кольцо вычетов по модулю  $m$ . Функция Эйлера.
25. Малая теорема Ферма. Теорема Эйлера.
26. Сравнение первой степени  $ax \equiv b \pmod{m}$ , когда  $(a, m) = 1$ ,  $(a, m) \neq 1$ . Вопросы существования и количества решений.
27. Системы сравнений. Китайская теорема об остатках.
28. Построение кольца многочленов от одной переменной над кольцом с единицей, степень многочлена, степень суммы и произведения многочленов. Признаки неприводимости многочленов с целыми коэффициентами.
29. Отношение делимости в кольце многочленов, его свойства, обратимые, ассоциированные многочлены, деление с остатком. НОД многочленов и алгоритм Евклида. Теорема Безу.
30. Взаимно простые многочлены, их свойства.
31. Каноническое разложение многочлена. Основная теорема алгебры.
32. Производная многочлена, ее свойства. Теорема о разложении многочлена по степеням. Простые и кратные корни многочлена, их свойства.
33. Корни многочлена с целыми коэффициентами. Лемма и теорема Гаусса.
34. Инъективное, сюръективное и биективное отображения множеств, примеры. Изоморфизм групп, примеры.
35. Подгруппы. Классы смежности по подгруппе.
36. Циклические группы.
37. Нормальные подгруппы и факторгруппы.
38. Гомоморфизм групп, его виды. Ядро гомоморфизма, его свойства. Теорема о гомоморфизме.
39. Подгруппа, порожденная данным множеством. Нормальная подгруппа, порожденная данным множеством.
40. Подстановки. Симметричные группы.

### Критерии оценки:

Приведены в разделе 2

**Наименование:** контрольная работа

**Представление в ФОС:** набор вариантов заданий

**Варианты заданий:**

**Контрольная работа: «Определители. Системы линейных алгебраических уравнений. Комплексные числа».**

1. Вычислить определитель 4-го порядка

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 6 & 7 \end{vmatrix}.$$

2. Найти решение системы с помощью формул Крамера, методом Гаусса и матричным методом

$$\begin{cases} 4x_1 - x_2 = -6, \\ 3x_1 + 2x_2 + 5x_3 = -14, \\ x_1 - 3x_2 + 4x_3 = -19. \end{cases}$$

3. Вычислить, представить в алгебраической форме, изобразить на комплексной плоскости

- а) Вычислить, представить в алгебраической форме  $\frac{i^7 + (1 - \sqrt{3}i)^2}{i + 1}$ ;
- б) Вычислить, представить в алгебраической форме и тригонометрической форме, изобразить на комплексной плоскости  $\sqrt[5]{5i(-3 - 3i)}$ .

**Контрольная работа «Векторная алгебра».**

1. Даны векторы  $\vec{a} = \{1, -1, 1\}$ ,  $\vec{b} = \{5, 1, 1\}$
- а) найти скалярное произведение,  
 б) угол между векторами.
2. Даны три вектора  $\vec{a} = \{1, -1, 1\}$ ,  $\vec{b} = \{5, 1, 1\}$ ,  $\vec{c} = \{0, 3, -2\}$ . Вычислить  $|\vec{a}|^2 + |\vec{c}|^2 - (\vec{a}, \vec{b})(\vec{b}, \vec{c})$ .
3. Найти смешанное произведение векторов  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$ , заданных своими координатами  $\vec{a} = \{1, -1, 1\}$ ,  $\vec{b} = \{7, 3, -5\}$ ,  $\vec{c} = \{-2, 2, -2\}$ .
4. Известно, что  $\vec{a} = [\vec{b}, \vec{c}]$ ,  $\vec{b} = [\vec{c}, \vec{a}]$ ,  $\vec{c} = [\vec{a}, \vec{b}]$ . Найти длины векторов  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  и углы между ними

**Контрольная работа: «Взаимное расположение прямых и плоскостей».**

1. Найти угол между прямыми  $\frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{-4}$  и  $\frac{x-1}{4} = \frac{y+2}{3}$ .
2. Проверить, лежит ли данная прямая в плоскости  $x - 3y + z + 1 = 0$ , параллельна ли этой плоскости или пересекает ее в единственной точке, в последнем случае найти координаты точки пересечения:
- $$\begin{cases} x - y + 2z = 0, \\ x + y - 3z + 2 = 0 \end{cases}$$
3. Составьте уравнение прямой, проходящей через точку  $A(1, 3, 1)$  и параллельной прямой  $\begin{cases} x = 2, \\ y = 3 \end{cases}$ .
4. Найти расстояние от точки  $A(1, -2)$  до прямой  $4x = 3y$ .

**Контрольная работа «Нормальная фундаментальная система решений. Линейные операторы».**

1. Найти нормальную фундаментальную систему решений  $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ 4x_1 + 2x_2 + x_3 - 3x_4 = 0 \end{cases}$
2. Преобразование матрицы линейного оператора при переходе к новому базису.

Пусть даны два базиса  $\vec{e}$  и  $\vec{e}'$

$$\begin{aligned} \vec{e}'_1 &= 3\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + 2\vec{e}_3 \\ \vec{e}'_2 &= 2\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + 2\vec{e}_3 \\ \vec{e}'_3 &= -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3 \end{aligned}$$

и пусть дана матрица оператора в базисе  $\vec{e}$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}. \text{ Найти матрицу оператора в базисе } \vec{e}'.$$

3. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 5 & -1 & -1 \\ 0 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 4 \end{pmatrix}.$$

**Контрольная работа «Основы теории чисел и многочленов».**

1. Найти НОД чисел 60, 111. Найти его линейное представление.
2. Решите систему сравнений

$$\begin{cases} x \equiv 1 \pmod{7}, \\ x \equiv 3 \pmod{5}, \\ x \equiv 0 \pmod{9}. \end{cases}$$

3. Решите сравнения

$$14x \equiv 28 \pmod{49},$$

$$19x \equiv 3 \pmod{71}.$$

4. По алгоритму Евклида найти НОД и нормализованный НОД многочленов.

$$f_1 = ix^3 + 8ix^2 + 5ix - 14i, \quad f_2 = 5x^2 - 5$$

**Критерии оценки:**

Приведены в разделе 2

**Наименование:** защита типовых расчётов

**Представление в ФОС:** набор вариантов заданий и вопросов к защите.

**Варианты заданий:**

**Типовой расчёт № 1 «Матричное исчисление. Определители. Системы линейных алгебраических уравнений».**

**Задача 1.** Для данного определителя  $A$  найти миноры и алгебраические дополнения элементов  $a_{42}, a_{31}$ . Вычислить определитель  $\Delta$ : а) разложив его по элементам 4-ой строки; б) разложив его по элементам 1-го столбца; в) получив нули в 4-ой строке.

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 & 0 \\ 3 & 6 & -2 & 5 \\ 1 & 0 & 6 & 4 \\ 2 & 3 & 5 & -1 \end{vmatrix}.$$

**Задача 2.** Даны две матрицы  $A$  и  $B$ . Найти: а)  $AB$ ; б)  $BA$ ; в)  $A^{-1}$ ; г)  $A A^{-1}$ ; д)  $A^{-1} A$ .

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -3 \\ 8 & -7 & -6 \\ -3 & 4 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 3 & -5 & 4 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

**Задача 3.** Проверить совместность системы уравнений и в случае совместности решить ее: а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы (матричным методом); в) методом Гаусса.

**Задача 4.** Проверить совместность системы уравнений и в случае совместности решить ее: а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы (матричным методом); в) методом Гаусса.

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 8, \\ 2x_1 + 4x_2 - 5x_3 = 11, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 1. \end{cases}$$

**Задача 5.** Решить однородную систему линейных алгебраических уравнений.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 0, \\ 4x_1 - 11x_2 + 10x_3 = 0. \end{cases}$$

**Задача 6.** Решить однородную систему линейных алгебраических уравнений.

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 5x_3 = 0, \\ 2x_1 - 4x_2 + x_3 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 - 4x_3 = 0. \end{cases}$$

#### Вопросы к защите:

1. Понятие матрицы. Основные операции над матрицами.
2. Понятие определителя  $n$ -го порядка. Миноры и алгебраические дополнения. Свойства определителей.
3. Обратная матрица.
4. Ранг матрицы. Теорема о базисном миноре.
5. Системы линейных уравнений. Условие совместности СЛАУ. Теорема Кронекера-Капелли.
6. Однородные линейные системы. Совместность однородной системы.
7. Методы решения линейных систем. Метод Гаусса.
8. Матричный метод. Формулы Крамера.

#### Типовой расчет № 2 «Линейные пространства».

**Задача 1.** Образует ли линейное пространство заданное множество, в котором определены сумма любых двух элементов  $a$  и  $b$  и произведение любого элемента  $a$  на любое число  $\alpha$ ?

Множество всех векторов трехмерного пространства, координаты которых – целые числа;

сумма  $\vec{a} + \vec{b}$ , произведение  $\alpha \vec{a}$ .

**Задача 2.** Исследовать на линейную зависимость систему векторов

$$\vec{a} = \{1, 4, 6\}, \vec{b} = \{1, -1, 1\}, \vec{c} = \{1, 1, 3\}.$$

**Задача 3.** Найти какой-нибудь базис и определить размерность линейного пространства решений системы

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - 8x_3 + 2x_4 + x_5 = 0, \\ 2x_1 - 2x_2 - 3x_3 - 7x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 + 11x_2 - 12x_3 + 34x_4 - 5x_5 = 0. \end{cases}$$

**Задача 4.** Найти координаты вектора  $x$  в базисе  $(e'_1, e'_2, e'_3)$ , если он задан в базисе  $(e_1, e_2, e_3)$ ,

$$\begin{cases} x = \{6, -1, 3\} \\ \begin{cases} e'_1 = e_1 + e_2 + 2e_3, \\ e'_2 = 2e_1 - e_2, \\ e'_3 = -e_1 + e_2 + e_3. \end{cases} \end{cases}$$

#### Вопросы к защите:

1. Определение линейного пространства. Примеры линейных пространств.
2. Понятие линейной зависимости векторов. Размерность линейного пространства.
3. Базис и координаты. Преобразование координат при преобразовании базиса  $n$ -мерного линейного пространства.
4. Понятие подпространства. Фундаментальная совокупность решений.

#### Типовой расчет № 3 «Векторная алгебра».

##### ИДЗ-2.1

**Задача 1.** Даны векторы  $\vec{a} = \alpha \vec{m} + \beta \vec{n}$  и  $\vec{b} = \gamma \vec{m} + \delta \vec{n}$ , где  $|\vec{m}| = k; |\vec{n}| = l; \angle(\vec{m}, \vec{n}) = \varphi$ . Найти

а)  $(\lambda \vec{a} + \mu \vec{b}) \cdot (\nu \vec{a} + \tau \vec{b})$ ; б)  $np_{\vec{b}}(\nu \vec{a} + \tau \vec{b})$ ; в)  $\cos \angle(\vec{a}, \tau \vec{b})$ .

$$\alpha = -5, \beta = -4, \gamma = 3, \delta = 6, k = 3, l = 5, \varphi = \frac{5\pi}{3}, \lambda = -2, \mu = \frac{1}{3}, \nu = 1, \tau = 2.$$

**Задача 2.** По координатам точек  $A, B$  и  $C$  для указанных векторов найти:

а) модуль вектора  $\vec{a}$ ; б) скалярное произведение векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ ; в) проекцию вектора  $c$  на вектор  $d$ ; г) координаты точки  $M$ , делящей отрезок  $l$  в отношении  $\alpha : \beta$ .

$$A(4, 3, -2), B(-3, -1, 4), C(2, 2, 1), \vec{a} = -\vec{AC} + 2\vec{CB}, \vec{b} = \vec{AB}, \vec{c} = \vec{AC}, \vec{d} = \vec{CB}, l = \vec{BC}, \alpha = 2, \beta = 3.$$

**Задача 3.** Доказать, что векторы  $\vec{a}, \vec{b}$  и  $\vec{c}$  образуют базис и найти координаты вектора  $\vec{d}$  в этом базисе.

$$\vec{a} = \{5, 4, 1\}, \vec{b} = \{-3, 5, 2\}, \vec{c} = \{2, -1, 3\}, \vec{d} = \{7, 23, 4\}.$$



### ИДЗ-2.2

**Задача 1.** Даны векторы  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$ . Необходимо: а) вычислить смешанное произведение трех векторов; б) найти модуль векторного произведения; в) вычислить скалярное произведение двух векторов; г) проверить будут ли коллинеарны или ортогональны два вектора; д) проверить, будут ли компланарны три вектора.

$$\vec{a} = 3\vec{i} + 4\vec{j} + \vec{k}, \vec{b} = \vec{i} - 2\vec{j} + 7\vec{k}, \vec{c} = 3\vec{i} - 6\vec{j} + 21\vec{k}$$

а)  $5\vec{a}$ ,  $2\vec{b}$ ,  $\vec{c}$ ; б)  $4\vec{b}$ ,  $2\vec{c}$ ; в)  $\vec{a}$ ,  $\vec{c}$ ; г)  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$ ; д)  $2\vec{a}$ ,  $-3\vec{b}$ ,  $\vec{c}$ .

**Задача 2.** Вершины пирамиды находятся в точках  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $D$ . Вычислить: а) площадь указанной грани; б) площадь сечения, проходящего через середину ребра  $l$  и две вершины пирамиды; в) объем пирамиды  $ABCD$ .

$A(3, 4, 5)$ ,  $B(1, 2, 1)$ ,  $C(-2, -3, 6)$ ,  $D(3, -6, -3)$ ;

а)  $ACD$ ; б)  $l = AB$ ,  $C$  и  $D$ .

### Вопросы к защите:

1. Линейные операции над векторами и их свойства (сложение и вычитание векторов, произведение вектора на число).
2. Понятие линейной зависимости векторов. Понятие базиса (на плоскости и в пространстве). Основное значение базиса. Аффинные системы координат.
3. Проекция вектора на ось и ее линейные свойства. Деление отрезка в данном отношении.
4. Скалярное произведение векторов. Механический смысл скалярного произведения. Геометрические и алгебраические свойства. Выражение скалярного произведения векторов в декартовых координатах. Угол между векторами.
5. Векторное произведение векторов. Геометрические и алгебраические свойства векторного произведения векторов. Приложения.
6. Выражение векторного произведения в декартовых координатах. Условие коллинеарности двух векторов.
7. Смешанное произведение трех векторов. Геометрический смысл смешанного произведения векторов. Выражение смешанного произведения векторов в декартовых координатах. Необходимое и достаточное условие компланарности трех векторов.

### Типовой расчет № 4 «Аналитическая геометрия».

#### ИДЗ-3.1

**Задача 1.** Составить канонические уравнения: а) эллипса; б) гиперболы; в) параболы ( $A$ ,  $B$  – точки, лежащие на кривой,  $F$  – фокус,  $a$  – большая действительная полуось,  $b$  – малая (мнимая) полуось,  $\varepsilon$  – эксцентриситет,  $y = \pm kx$  – уравнение асимптот гиперболы,  $D$  – директриса кривой,  $2c$  – фокусное расстояние).

а)  $b = 15$ ,  $F(-10, 0)$ ; б)  $a = 13$ ,  $\varepsilon = 14/13$ ; в)  $D : x = -4$ .

**Задача 2.** Записать уравнение окружности, проходящей через указанные точки и имеющей центр в точке  $A$ .

Вершины гиперболы  $12x^2 - 13y^2 = 156$ ,  $A(0, -2)$ .

**Задача 3.** Составить уравнение линии, каждая точка  $M$  которой удовлетворяет заданным условиям.

Отстоит от прямой  $x = -6$  на расстоянии, в два раза большем, чем от точки  $A(1, 3)$ .

**Задача 4.** Построить кривую, заданную уравнением в полярных координатах  $r = 2\sin 2\varphi$ .

#### ИДЗ-4.2

**Задача 1.** Построить поверхность и определить ее вид (название)

а)  $4x^2 - y^2 - 16z^2 + 16 = 0$ ; б)  $x^2 + 4z = 0$ .

**Задача 2.** Записать уравнение и определить вид поверхности, полученной при вращении данной линии вокруг указанной оси координат, сделать рисунок.

а)  $y^2 = 2z$ ,  $Oz$ ; б)  $9y^2 + 4z^2 = 36$ ;  $Oy$ .

**Задача 3.** Построить тело, ограниченное указанными поверхностями.

а)  $z = x^2 + y^2$ ,  $z = 0$ ,  $x = 1$ ,  $y = 2$ ,  $x = 0$ ,  $y = 0$ ;

б)  $x^2 + y^2 = 2x$ ,  $z = 0$ ,  $z = x$ .

### Вопросы к защите:

1. Канонические уравнения эллипса, гиперболы и параболы. Вывод канонического уравнения одной из них.
2. Геометрические свойства эллипса, гиперболы и параболы.
3. Цилиндрические и конические поверхности и их уравнения. Поверхности вращения. Трехосный эллипсоид. Эллипсоид вращения. Сфера.
4. Гиперboloиды. Однополостной гиперboloид. Двуполостной гиперboloид. Однополостной и двуполостной гиперboloид вращения.
5. Параболоиды. Эллиптический параболоид. Гиперболический параболоид.

### Типовой расчет № 5 «Линейные операторы, квадратичные формы».

**Задача 1.** Пусть  $x = (x_1, x_2, x_3)$ . Являются ли линейными следующие преобразования:

$$Ax = (6x_1 - 5x_2 - 4x_3, -3x_1 - 2x_2 - x_3, x_2 + 2x_3),$$

$$Bx = (6 - 5x_2 - 4x_3, 3x_1 - 2x_2 - x_3, x_2 + 2),$$

$$Cx = \begin{pmatrix} x_1^4 \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 \\ x_2 + 2x_3 \end{pmatrix}.$$

**Задача 2.** Найти матрицу в базисе  $(e'_1, e'_2, e'_3)$ , где

$$\begin{cases} e'_1 = e_1 - e_2 + e_3, \\ e'_2 = -e_1 + e_2 - 2e_3, \\ e'_3 = -e_1 + 2e_2 + e_3. \end{cases}$$

Если она задана в базисе  $(e_1, e_2, e_3)$ .

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}.$$

**Задача 3.** Найти собственные числа и собственные векторы матрицы

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

**Задача 4.** Привести квадратичную форму к каноническому виду методом Лагранжа

$$x^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 + 4x_2x_3 + 4x_3^2.$$

**Задача 5.** Привести квадратичную форму к каноническому виду ортогональным преобразованием

$$4x_2^2 - 3x_3^2 + 4x_1x_2 - 4x_1x_3 + 8x_2x_3$$

**Задача 6.** Исследовать кривую второго порядка и построить ее

$$-x^2 - y^2 + 4xy + 2x - 4y + 1 = 0.$$

#### Вопросы к защите:

1. Понятие линейного оператора. Действия над линейными операторами. Матричная запись линейных операторов. Преобразование матрицы линейного оператора при переходе к новому базису.
2. Характеристический многочлен линейного оператора. Собственные значения и собственные векторы линейных операторов.
3. Евклидово пространство: определение и свойства. Матрица и определитель Грама. Геометрический смысл определителя Грама.
4. Неравенство Коши-Буняковского. Понятие нормы. Вещественное линейное нормированное пространство.
5. Угол между векторами. Ортонормированный базис конечномерного евклидова пространства. Процесс ортогонализации Грама – Шмидта линейно независимых векторов.
6. Билинейные формы. Квадратичная форма. Матрица билинейной и квадратичной формы.
7. Преобразование квадратичной формы при переходе к новому базису. Приведение квадратичной формы к сумме квадратов.
8. Закон инерции и квадратичной формы. Критерий Сильвестра.
9. Квадратичные формы в Евклидовом пространстве.

#### Типовой расчет № 6 «Элементы теории чисел».

**Задача 1.**

**Задания:**

1. Найти НОД двух чисел, используя алгоритм Евклида.
2. Найти НОК двух чисел, предварительно используя алгоритм Евклида для нахождения НОД.
3. Найти НОК трех чисел, предварительно используя алгоритм Евклида для нахождения НОД.
4. Выразить НОД двух чисел по теореме о разложении.

№	Задание 1	Задание 2	Задание 3	Задание 4
1	104826, 23310	832, 46	1617, 259, 63	387, 186

2	1615372, 260194	455791, 48127	1842, 966, 780	1554, 1038
3	193715, 164578	3283, 4753	38, 9, 24	614163, 327453
4	3532761, 281943	17856, 5337	455, 42, 126	951, 784
5	125648, 55464	226, 148	42, 56, 63	802, 1406

### Задача 2.

#### Задания:

1. Найти канонический вид числа.
2. Найти НОД и НОК двух чисел с помощью приведения их к каноническому виду.

№	Задание 1	Задание 2
1	1413704880	31829028, 6293560

### Задача 3.

#### Задания:

1. Решить сравнение методом Эйлера.
2. Решить сравнение методом подходящих дробей.
3. Решить сравнение общего вида.

№	Задание 1	Задание 2	Задание 3
1	$37x \equiv 25 \pmod{117}$	$37x \equiv 25 \pmod{117}$	$88x \equiv 324 \pmod{404}$

### Задача 4.

#### Задания:

1. Решить систему 2-х сравнений.
2. Решить систему 4-х сравнений.

№	Задание 1	Задание 2
1	$x \equiv 33 \pmod{40}$ $x \equiv 57 \pmod{56}$	$x \equiv 3 \pmod{2}$ $x \equiv 11 \pmod{7}$ $x \equiv 15 \pmod{5}$ $x \equiv 7 \pmod{9}$

### Задача 5.

#### Задания:

1. Представить число в виде непрерывной дроби и вычислить значения подходящих дробей.
2. Вычислить значение непрерывной дроби.
3. Решить уравнение.
4. Представить иррациональное число в виде непрерывной дроби.

№	Задание 1	Задание 2	Задание 3	Задание 4
1	$\frac{243}{485}$	[1; 2, 1, 4, 10]	$[2; 1, x, 7, 3] = \frac{119}{47}$	$\sqrt{18}$

### Вопросы к защите:

1. Понятие делимости. Делители. Множители и кратные. Деление целое. Простейшие свойства делимости целых чисел. Признаки делимости. Деление с остатком. Теорема о существовании и единственности деления с остатком.
2. Наибольший общий делитель. Взаимно простые числа. Теорема о линейном представлении НОД.
3. Алгоритм Евклида. Свойства делимости и НОД.
4. НОК, связь НОД и НОК. Собственные делители. Простые числа. Основная теорема арифметики (о существовании и единственности разложения).
5. Теорема Евклида о бесконечности множества простых чисел. Каноническое разложение натурального числа. Решето Эратосфена.
6. Бесконечные цепные дроби.
7. Определение сравнения по модулю, простейшие свойства.

8. Сравнения и арифметические действия над ними.
9. Умножение и сокращение сравнений на число.
10. Полная и приведенная система вычетов. Кольцо вычетов по модулю  $m$ . Функция Эйлера.
11. Малая теорема Ферма. Теорема Эйлера.
12. Сравнение первой степени  $ax \equiv b \pmod{m}$ , когда  $(a, m) = 1$ ,  $(a, m) \neq 1$ . Вопросы существования и количества решений.
13. Системы сравнений. Китайская теорема об остатках.

**Критерии оценки:**

Приведены в разделе 2



2 Критерии оценки:

Компетенции	Дескрипторы	Вид, форма оценочного мероприятия	Компетенция освоена*			неудовлетворительно
			отлично	хорошо	удовлетворительно	
<p><b>ОПК-1.</b> Способен применять естественно-научные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности.</p>	<p>31. Основные понятия общей алгебры; матричное исчисление; определители, их свойства . 32. Методы решения СЛАУ. 33. Понятие поля вещественных и комплексных чисел; понятие линейного пространства, базиса и размерности линейного пространства.  34. Векторная алгебра.  35. Различные формы уравнений прямых на плоскости, прямых и плоскостей в пространстве и их взаимное расположение.  37. Понятие линейных операторов и действия над ними; понятие собственных значений и собственных векторов линейного оператора. 38. Понятие евклидова пространства, матрицу Грама, понятие нормированного пространства, ортонормированного базиса конечномерного евклидова пространства.  310. Основные понятия теории чисел и многочленов одной переменной; элементы теории групп.</p>	<p>Контрольная работа «Определители. Системы линейных алгебраических уравнений. Комплексные числа». Контрольная работа «Векторная алгебра». Контрольная работа: «Взаимное расположение прямых и плоскостей». Контрольная работа «Базис. Собственные значения и векторы линейного оператора». Контрольная работа «Основы теории чисел и многочленов».</p>	<p>Правильно выполнены все задания. Продемонстрирован высокий уровень владения материалом. Проявлены превосходные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.</p>	<p>Правильно выполнена большая часть заданий. Присутствуют незначительные ошибки. Продемонстрирован хороший уровень владения материалом. Проявлены средние способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.</p>	<p>Задания выполнены более чем наполовину. Присутствуют серьезные ошибки. Продемонстрирован удовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены низкие способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.</p>	<p>Задания выполнены менее чем наполовину. Продемонстрирован неудовлетворительный уровень владения. Проявлены недостаточные способности применять знания и умения к выполнению</p>

Компетенции	Дескрипторы	Вид, форма оценочного мероприятия	Компетенция освоена*			
			отлично	хорошо	удовлетворительно	неудовлетворительно
<b>ОПК-1.</b> Способен применять естественнонаучные и общенаучные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности.	У1. Совершать операции над матрицами, решать матричные уравнения. У2. Проводить анализ совместности и решать неоднородные СЛАУ методом Гаусса, матричным методом и с помощью формул Крамера; проводить анализ нетривиальной совместности однородной СЛАУ, находить ФСР. Н1. Владеть навыками проведения операций над матрицами, методами анализа и решения матричных уравнений, СЛАУ. У3. Совершать операции над комплексными числами. У4. Проводить преобразование координат при преобразовании базиса $n$ -мерного линейного пространства. У5. Совершать операции над векторами. У6. Анализировать уравнение прямой на плоскости, уравнения прямых и плоскостей в пространстве; строить и анализировать кривые и поверхности второго порядка. Н2. Методами решения задач векторной алгебры и аналитической геометрии. У7. Находить собственные значения и собственные векторы матриц линейных операторов. У8. Приводить квадратичную форму к каноническому виду. Н4. Техникой преобразования матрицы линейного оператора при переходе к новому базису, нахождения собственных значений и собственных векторов линейного оператора, построения ортонормированного базиса из собственных векторов самосопряженного оператора. Н5. Техникой приведения квадратичной формы к каноническому виду. У9. Решать задачи теории чисел и многочленов. Н6. Техникой анализа алгебраических структур; Н7. Техникой решения типичных задач теории чисел и многочленов.	Защита типового расчета «Матричное исчисление. Определители. Системы линейных алгебраических уравнений». Защита типового расчета «Линейные пространства». Защита типовых расчетов «Векторная алгебра», «Аналитическая геометрия». Защита типового расчета «Линейные операторы, квадратичные формы».  Защита типового расчета «Элементы теории чисел».	выставляется студенту, если задание выполнено в полном объеме с соблюдением необходимой последовательности. Студенты работают полностью самостоятельно: подбирают необходимые для выполнения предлагаемых работ в задании источники знаний, показывают необходимые для проведения практической работы теоретические знания, практические умения и навыки.	выставляется студенту, если задание выполнено в полном объеме и самостоятельно. Допускаются отклонения от необходимой последовательности выполнения, не влияющие на правильность конечного результата. Студенты используют указанные преподавателем источники знаний, включая страницы атласа, таблицы из приложения к учебнику, страницы из справочной литературы по предмету. Задание показывает знание учащегося основного теоретического материала и овладение умениями, необходимыми для самостоятельного выполнения работы. Могут быть неточности и небрежность в оформлении результатов работы.	выставляется студенту, если задание на работу выполнено и оформляется студентами при помощи преподавателя или хорошо подготовленных и уже выполненных на «отлично» данную работу студентов. На выполнение задания затрачивается много времени (можно дать возможность доделать работу дома). Студенты показывают знания теоретического материала, но испытывают затруднение при решении конкретной задачи.	выставляется, если студенты показывают плохое знание теоретического материала к решению практической задачи. Руководство и подготовка подготовленных студентов стороны преподавателя и их фективны по причине плохой подготовки студента.

Компетенции	Дескрипторы	Вид, форма оценочного мероприятия	Компетенция освоена*			
			отлично	хорошо	удовлетворительно	неудовлетворительно
<b>ОПК-1.</b> Способен применять естественно-научные и общинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности.	36. Кривые и поверхности второго порядка. 37. Понятие линейных операторов и действия над ними; понятие собственных значений и собственных векторов линейного оператора. 38. Понятие евклидова пространства, матрицу Грама, понятие нормированного пространства, ортонормированного базиса конечномерного евклидова пространства. 39. Билинейные и квадратичные формы. 310. Основные понятия теории чисел и многочленов одной переменной; элементы теории групп.	Экзамен	заслуживает обучающийся, обнаруживший всестороннее, систематическое и глубокое знание учебного материала, предусмотренного программой, усвоивший основную литературу и знакомый с дополнительной литературой, рекомендованной программой.	заслуживает обучающийся, обнаруживший полное знание учебного материала, усвоивший основную литературу, рекомендованную в программе. Оценка "хорошо" выставляется обучающимся, показавшим систематический характер знаний по дисциплине и способным к их самостоятельному пополнению и обновлению в ходе дальнейшей учебной работы и профессиональной деятельности.	заслуживает обучающийся, обнаруживший знания основного учебного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по профессии, знакомых с основной литературой, рекомендованной программой. Оценка выставляется обучающимся, допустившим погрешности в ответе на экзамене и при выполнении экзаменационных заданий, но обладающим необходимыми знаниями для их устранения под руководством преподавателя.	выставляется обучающемуся, обнаружившему пробелы в знаниях основного учебного материала. Оценка ставится обучающимся, которые не могут продолжить обучение или приступить к профессиональной деятельности по окончании образовательного учреждения без дополнительных занятий по рассматриваемой дисциплине.

Компетенции	Дескрипторы	Вид, форма оценочного мероприятия	Компетенция освоена*			незачёт
			зачёт			
<b>ОПК-1.</b> Способен применять естественно-научные и общинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности..	У1. Совершать операции над матрицами. Решать матричные уравнения. У2. Проводить анализ совместности и решать неоднородные СЛАУ методом Гаусса, матричным методом и с помощью формул Крамера; проводить анализ нетривиальной совместности однородной СЛАУ, находить ФСР. У3. Совершать операции над комплексными числами. У4. Проводить преобразование координат при преобразовании базиса $n$ -мерного линейного пространства. У5. Совершать операции над векторами. У6. Анализировать уравнение прямой на плоскости, уравнения прямых и плоскостей в пространстве; строить и анализировать кривые и поверхности второго порядка. У7. Находить собственные значения и собственные векторы матриц линейных операторов. У8. Приводить квадратичную форму к каноническому виду. У9. Решать задачи теории чисел и многочленов. У10. Применять математический аппарат алгебры и геометрии для решения практических задач с использованием программных средств и вычислительной техники.	Зачёт	Обучающийся обнаружил знание основного учебно-программного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по специальности, справился с выполнением заданий, предусмотренных программой дисциплины.			Обучающийся обнаружил значительные пробелы в знаниях основного учебно-программного материала, допустил принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий и не способен продолжить обучение или приступить по окончании университета к профессиональной деятельности без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине