



Кафедра: «Естественные науки и информационные технологии»  
полное наименование кафедры, представляющей рабочую программу

Составитель: Ярошук Валентина Александровна, к.ф.-м.н., старший преподаватель  
Ф.И.О.(полностью), степень, звание

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта высшего образования и рассмотрена на заседании кафедры «Естественные науки и информационные технологии»

Протокол от 12 апреля 2021 г. № 2

Заведующий кафедрой «Естественные науки и информационные технологии»

[подпись] / К. Б. Сентяков

12.04 2021 г.

СОГЛАСОВАНО

Количество часов рабочей программы и формируемые компетенции соответствуют учебному плану 24.05.01 «Проектирование, производство и эксплуатация ракет и ракетно-космических комплексов»

Протокол заседания учебно-методической комиссии по УГСН 24.00.00 «Авиационная и ракетно-космическая техника» от 15.04 2021 г. № 2

Председатель учебно-методической комиссии  
по УГСН 24.00.00 «Авиационная и ракетно-космическая техника»  
(шифр и наименование полностью)

[подпись] / Ф. А. Уразбахтин

15.04 2021 г.

Руководитель образовательной программы

[подпись] / Ф. А. Уразбахтин

15.04 2021 г.

Аннотация к дисциплине

<b>Название дисциплины</b>	<b>Вариационные методы</b>
<b>Направление (специальность) подготовки</b>	24.05.01 Проектирование, производство и эксплуатация ракет и ракетно-космических комплексов
<b>Направленность (профиль/программа/специализация)</b>	Ракетно-космические композитные конструкции
<b>Место дисциплины</b>	Обязательная часть Блока 1. Дисциплины (модули)
<b>Трудоемкость (з.е. / часы)</b>	2 з.е. / 72 часов
<b>Цель изучения дисциплины</b>	Целью освоения дисциплины является познакомить студентов с основными понятиями вариационных методов, как одной из фундаментальных составляющих математической подготовки специалиста
<b>Компетенции, формируемые в результате освоения дисциплины</b>	ОПК-1. Способен применять естественнонаучные и общинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования для решения инженерных задач профессиональной деятельности
<b>Содержание дисциплины (основные разделы и темы)</b>	Основные понятия вариационных методов Постановка основной задачи вариационных методов. Уравнение Эйлера. Задачи о брахистохроне, наименьшей поверхности.. Задачи геометрической оптики. Уравнение Эйлера для параметрической формы задания кривых. Обратная задача вариационного исчисления. Связанные задачи.
<b>Форма промежуточной аттестации</b>	Зачет

## 1. Цели и задачи дисциплины:

**Целью** преподавания дисциплины является познакомить студентов с основными понятиями вариационных методов, как одной из фундаментальных составляющих математической подготовки специалиста.

**Задачи** дисциплины: изучить базовые положения и дидактические единицы вариационных методов в объеме, соответствующем программе дисциплины.

## 2. Планируемые результаты обучения

В результате освоения дисциплины у студента должны быть сформированы

### Знания, приобретаемые в ходе изучения дисциплины

№ п/п	Знания
1	Основные методы постановки и решения вариационных задач.

### Умения, приобретаемые в ходе изучения дисциплины

№ п/п	Умения
1	Применять вариационные методы для решения конкретных задач.

### Навыки, приобретаемые в ходе изучения дисциплины

№ п/п	Навыки
1	Владеть методами решения вариационных задач для различных функционалов

### Компетенции, приобретаемые в ходе изучения дисциплины

Компетенции	Индикаторы	Знания	Умения	Навыки
<b>ОПК-1.</b> Способен применять естественнонаучные и общинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования для решения инженерных задач профессиональной деятельности	<b>ОПК-1.1.</b> Знать: - аппарат решения научных и технических задач в области ракетной техники – начертательной геометрии, инженерной графики, высшей математики, теории вероятности, математической статистики, физики, химии, колебаний, теоретической механики, механики жидкости и газа, термодинамики и теплопередачи, электротехники и электроники, сопротивления материалов; - методы и способы решения задач практических задач по определению основных физических, химических, тепловых, электрических параметров; - основы проектирования зубчатых передач, муфт, неразъемных и разъемных соединений,	1		

	а также и технологии создания материалов.			
	<p><b>ОПК-1.2.</b> Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- применять аппарат высшей математики, теории вероятности и математической статистики, математической логики в решении задач колебаний, механики твердого, жидкого и газообразного тела;</li> <li>- использовать приемы и способы решения задач, связанных с электротехникой, электроникой, термодинамикой, теплопередачей;</li> <li>- проводить исследования элементов ракетной техники с точки зрения используемых материалов и колебательных процессов.</li> </ul>		1	
	<p><b>ОПК-1.3.</b> Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- аппаратом решения прикладных и научных задач;</li> <li>- навыками решения задач описывающие химические физические, тепловые, электрические и информационные процессы.</li> <li>- методами составления алгоритмов для решения технических задач на вычислительной технике, построения и определения размеров геометрических фигур.</li> </ul>			1

### 3. Место дисциплины в структуре ООП:

Дисциплина относится к базовой части Блока 1 «Дисциплины (модули)».

Изучение дисциплины базируется на знаниях, полученных при изучении дисциплин: Высшая математика, Информатика.

Перечень последующих дисциплин (модулей), для которых необходимы знания, умения и навыки, формируемые данной учебной дисциплиной (модулем): Термодинамика и теплопередача, Основы математического моделирования и теории подобия в ракетной технике, Теория поиска и принятия решений, Строительная механика ракет, Внешняя баллистика ракет, Основы теории автоматического управления.

## 4. Структура и содержание дисциплины

### 4.1. Структура дисциплины

№ п/п	Раздел дисциплины	Всего часов	Семестр	Распределение трудоемкости раздела (в часах) по видам учебной работы					Содержание самостоятельной работы
				лек	прак	лаб	кча	СРС	
1	Основные понятия вариационных методов	35	3	8	8			19	Выполнение домашних заданий.
2	Вариационные задачи с фиксированными границами	35	3	8	8			19	Выполнение домашних заданий.
	Зачет	2					0,4	1,6	Зачет выставляется по совокупности результатов текущего контроля успеваемости
	<b>Всего за семестр, в том числе контроль СР</b>	<b>72</b>		<b>16</b>	<b>16</b>		<b>0,4</b>	<b>39,6</b>	

### 4.2. Содержание разделов курса и формируемых в них компетенций

№ п/п	Раздел дисциплины	Коды компетенции и индикаторов	Знания	Умения	Навыки	Форма контроля
1	Постановка основной задачи вариационных методов.	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	1	1	1	Работа на практических занятиях: текущий контроль выполнения заданий
2	Уравнение Эйлера. Задачи о брахистохроне, наименьшей поверхности.	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	1	1	1	Работа на практических занятиях: текущий контроль выполнения заданий
3	Задачи геометрической оптики. Уравнение Эйлера для параметрической формы задания кривых.	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	1	1	1	Работа на практических занятиях: текущий контроль выполнения заданий
4	Обратная задача вариационного исчисления. Связанные задачи.	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	1	1	1	Работа на практических занятиях: текущий контроль выполнения заданий

### 4.3. Наименование тем лекций, их содержание и объем в часах

№ п/п	№ раздела дисциплины	Наименование лекции	Трудоемкость (час)
1	1	Постановка основной задачи вариационных методов.	4

2	1	Уравнение Эйлера. Задачи о брахистохроне, наименьшей поверхности.	4
3	2	Задачи геометрической оптики. Уравнение Эйлера для параметрической формы задания кривых.	4
4	2	Обратная задача вариационного исчисления. Связанные задачи.	4
	<b>Всего</b>		<b>16</b>

#### 4.4. Наименование тем практических занятий, их содержание и объем в часах

№ п/п	№ раздела дисциплины	Наименование практических работ	Трудоемкость (час)
1	1	Постановка основной задачи вариационных методов.	4
2	1	Уравнение Эйлера. Задачи о брахистохроне, наименьшей поверхности.	4
3	2	Задачи геометрической оптики. Уравнение Эйлера для параметрической формы задания кривых.	4
4	2	Обратная задача вариационного исчисления. Связанные задачи.	4
	<b>Всего</b>		<b>16</b>

#### 4.5. Наименование тем лабораторных работ, их содержание и объем в часах

*Лабораторные работы не предусмотрены*

### 5. Оценочные материалы для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине.

Для контроля результатов освоения дисциплины проводятся:

– защиты практических работ:

*Примечание:* Оценочные материалы ( типовые варианты тестов, контрольных работ и др.) приведены в приложении к рабочей программе дисциплины.

Промежуточная аттестация по итогам освоения дисциплины – зачет

### 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины.

#### а) Основная литература:

1. Тракимус Ю.В. Основы вариационного исчисления в примерах и задачах [Электронный ресурс]: учебное пособие. — Электрон. текстовые данные. — Новосибирск: Новосибирский государственный технический университет, 2011. — 72 с. — 978-5-7782-1671-6. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/45416.html>.

2. Простейшие задачи вариационного исчисления [Электронный ресурс]: учебно-методическое пособие / Ю.В. Авербух, Т.И. Сережникова. — Электрон. текстовые данные. — Екатеринбург: Уральский федеральный университет, ЭБС АСВ, 2014. — 41 с. — 978-5-7996-1250-4. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/65975.html>;

#### б) Дополнительная литература:

3. Моклячук М. П. Вариационное исчисление. Экстремальные задачи [Электронный ресурс]: учебник. — Электрон. текстовые данные. — Москва, Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, 2006. — 428 с. — 5-93972-546-5. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/16495.html>,

#### в) Перечень ресурсов информационно-коммуникационной сети Интернет:

1. Электронная библиотечная система «IPRbooks» <http://www.iprbookshop.ru>
2. База данных Научной электронной библиотеки eLIBRARY.RU <https://elibrary.ru/>
3. Баз данных Web of Science <https://apps.webofknowledge.com/>
4. База данных Scopus <https://www.scopus.com> Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» <http://window.edu.ru>

5. Справочно-правовая система «Гарант» <http://www.garant.ru>
6. Бесплатная электронная Интернет библиотека нормативно-технической литературы ТехЛит <http://www.tehlit.ru/>
7. База данных профессиональных стандартов Министерства труда и социальной защиты РФ <http://profstandart.rosmintrud.ru/obshchiy-informatsionnyy-blok/natsionalnyyreestr-professionalnykh-standartov/>
8. Федеральная государственная информационная система «Национальная электронная библиотека» <https://нэб.рф>
9. Национальный портал онлайн обучения «Открытое образование» <https://openedu.ru>
10. Базы данных Министерства экономического развития РФ <http://www.economy.gov.ru>
11. Официальный сайт Федерального агентства по техническому регулированию и метрологии <http://protect.gost.ru/>
12. Мировая цифровая библиотека <https://www.wdl.org/ru/> Электронная библиотека Programmer's Klondike <https://proklondike.net/>,

#### **г) Программное обеспечение**

1. Microsoft Office,

#### **д) Методические указания**

1. Вариационное исчисление [Электронный ресурс]: методические указания к выполнению типового расчета / Л.П. Паршев, А.В. Калинин, А.В. Мاستихин. — Электрон. текстовые данные. — М.: Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана, 2010. — 56 с. — 2227-8397. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/31379.html>
2. Учебно-методическое пособие по организации самостоятельной работы обучающихся: для обучающихся по направлению подготовки 15.03.05 - Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств/ сост. Р.М. Бакиров, Е.В. Чумакова. – Воткинск: Изд. ВФ ИжГТУ имени М.Т. Калашникова, 2019. – 15 с. – Режим доступа: [http://vfistu.ru/images/files/Docs/metorg\\_po\\_sam\\_rabote.pdf](http://vfistu.ru/images/files/Docs/metorg_po_sam_rabote.pdf)
3. Оформление контрольных работ, рефератов, курсовых работ и проектов, отчетов по практике, выпускных квалификационных работ: методические указания/ сост.: А.Ю. Уразбахтина, Р.М. Бакиров, В.А. Смирнов – Воткинск: Изд. ВФ ИжГТУ имени М.Т. Калашникова, 2018. – 25 с. Режим доступа: [http://vfistu.ru/images/files/Docs/metodichka\\_po\\_oformleniu\\_v3.pdf](http://vfistu.ru/images/files/Docs/metodichka_po_oformleniu_v3.pdf)

### **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины:**

1. Практические и лабораторные занятия  
Учебная аудитория для проведения практических занятий: оборудование - комплекты учебной мебели для обучающихся и преподавателя, доска.
2. Самостоятельная работа.  
Помещения для самостоятельной работы оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и доступом к электронной информационно-образовательной среде ВФ ФГБОУ ВО «ИжГТУ имени М.Т. Калашникова»:  
- помещения для самостоятельной работы обучающихся (ауд.№ 224, адрес: 427430, Удмуртская Республика, г. Воткинск, ул. П.И. Шувалова, д. 1).

При необходимости рабочая программа дисциплины (модуля) может быть адаптирована для обеспечения образовательного процесса инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья, в том числе для обучения с применением дистанционных образовательных технологий. Для этого требуется заявление студента (его законного представителя) и заключение психолого-медико-педагогической комиссии (ПМПК).

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Воткинский филиал  
Федерального государственного бюджетного образовательного  
учреждения высшего образования  
«Ижевский государственный технический университет имени М.Т. Калашникова»  
(ВФ ФГБОУ ВО «ИжГТУ имени М.Т. Калашникова»)

## Оценочные средства

по дисциплине

### Вариационные методы

(наименование – полностью)

Специальность: 24.05.01 «Проектирование, производство и эксплуатация ракет и ракетно-космических комплексов»

(шифр, наименование – полностью)

Специализация: «Ракетно-космические композитные конструкции»

(наименование – полностью)

уровень образования - специалитет

форма обучения

очная

(очная, очно-заочная или заочная)

общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетных единиц

Оценивание формирования компетенций производится на основе результатов обучения, приведенных в п. 2 рабочей программы и ФОС. Связь разделов компетенций, индикаторов и форм контроля (текущего и промежуточного) указаны в таблице 4.2 рабочей программы дисциплины.

Оценочные средства соотнесены с результатами обучения по дисциплине и индикаторами достижения компетенций представлены ниже.

№ п/п	Коды компетенции и индикаторов	Результат обучения (знания, умения и навыки)	Формы текущего и промежуточного контроля
1	<p>ОПК-1.1. Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- аппарат решения научных и технических задач в области ракетной техники – начертательной геометрии, инженерной графики, высшей математики, теории вероятности, математической статистики, физики, химии, колебаний, теоретической механики, механики жидкости и газа, термодинамики и теплопередачи, электротехники и электроники, сопротивления материалов;</li> <li>- методы и способы решения задач практических задач по определению основных физических, химических, тепловых, электрических параметров;</li> <li>- основы проектирования зубчатых передач, муфт, неразъёмных и разъёмных соединений, а также и технологии создания материалов</li> </ul>	<p>Основные методы постановки и решения вариационных задач.</p>	<p>Работа на практических занятиях: текущий контроль выполнения заданий</p>
2	<p>ОПК-1.2. Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- применять аппарат высшей математики, теории вероятности и математической статистики, математической логики в решении задач колебаний, механики твердого, жидкого и газообразного тела;</li> <li>- использовать приемы и способы решения задач, связанных с электротехникой, электроникой, термодинамикой, теплопередачей;</li> <li>- проводить исследования элементов ракетной техники с точки зрения используемых материалов и колебательных процессов.</li> </ul>	<p>Применять вариационные методы для решения конкретных задач.</p>	<p>Работа на практических занятиях: текущий контроль выполнения заданий</p>
3	<p>ОПК-1.3. Владеть:</p>	<p>Владеть методами решения вариационных</p>	<p>Работа на практических занятиях: текущий</p>

<p>- аппаратом решения прикладных и научных задач;  - навыками решения задачи описывающие химические физические, тепловые, электрические и информационные процессы.  - методами составления алгоритмов для решения технических задач на вычислительной технике, построения и определения размеров геометрических фигур.</p>	<p>задач для различных функционалов</p>	<p>контроль выполнения заданий</p>
---	---	------------------------------------

*Описание элементов для оценивания формирования компетенций*

**Наименование:** зачет

**Представление в ФОС:** перечень вопросов

**Перечень вопросов для проведения зачета:**

1. Определение допустимой кривой в простейшей задаче вариационного исчисления.
2. Постановка основной задачи вариационного исчисления.
3. Определение соседней кривой в простейшей задаче вариационного исчисления.
4. Постановка обратной задачи вариационного исчисления.
5. Определение близкой кривой в простейшей задаче вариационного исчисления.

**Критерии оценки:**

Приведены в разделе 2

**Наименование:** практическая работа

**Представление в ФОС:** набор вариантов заданий

**Варианты заданий:**

*Контрольная работа №1* 1. Является

ли функция  $y=x^5$  функцией класса  $C^{(2)}$  на  $(0, 1)$

2. Назовём допустимой кривой  $y=f(x)$  ту, для которой:

а)  $y(0)=0, y(1)=0, x \in (0,1)$

б)  $|f(x)| \leq 1, x \in (0,1)$

в)  $f(x) \in$  классу  $C^{(1)}$  на  $(0, 1)$

Является ли допустимой на  $(0,1)$  кривая  $y=x(x-1)(x-2)$ . 3. Постановка задачи о наименьшей поверхности вращения.

4. В задаче отыскания относительного минимума интеграла  $I$  написать уравнение Эйлера при условиях  $y(x_0)=y_0, y(x_1)=y_1$ .

$x_1$

$$\int_{x_0} (x^2 (y'_x)^2 + (\sin^2 y) (y'_x)^3) dx$$

*Контрольная работа №2*

1. Экстремум двойного интеграла.

2. В задаче отыскания минимума функционала

$x_1$

$$y(x) = \int_{x_0} (y'(x))^2 + (y''(x))^3 x^5 dx$$

При граничных условиях  $y(x_0)=y_0$ ,  $y(x_1)=y_1$ ,  $y'(x_0)=y'_0$ ,  $y'(x_1)=y'_1$ . Написать уравнение Эйлера-Пуассона.

## 2. Критерии и шкалы оценивания

Для контрольных мероприятий (текущего контроля) устанавливается минимальное и максимальное количество баллов в соответствии с таблицей. Контрольное мероприятие считается пройденным успешно при условии набора количества баллов не ниже минимального.

Результат обучения по дисциплине считается достигнутым при успешном прохождении обучающимся всех контрольных мероприятий, относящихся к данному результату обучения.

Разделы дисциплины	Форма контроля	Количество баллов	
		min	max
1	ПР: Постановка основной задачи вариационных методов.	10	20
2	ПР: Уравнение Эйлера. Задачи о брахистохроне, наименьшей поверхности.	10	20
3	ПР: Задачи геометрической оптики. Уравнение Эйлера для параметрической формы задания кривых.	15	30
4	ПР: Обратная задача вариационного исчисления. Связанные задачи.	15	30
	<b>Итого</b>	<b>50</b>	<b>100</b>

При оценивании результатов обучения по дисциплине в ходе текущего контроля успеваемости используются следующие критерии. Минимальное количество баллов выставляется обучающемуся при выполнении всех показателей, допускаются несущественные неточности в изложении и оформлении материала.

Наименование, обозначение	Показатели выставления минимального количества баллов
Практическая работа	Задания выполнены более чем наполовину. Присутствуют серьёзные ошибки. Продемонстрирован удовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены низкие способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

Промежуточная аттестация по дисциплине проводится в форме зачета.

Итоговая оценка по дисциплине может быть выставлена на основе результатов текущего контроля с использованием следующей шкалы:

<i>Оценка</i>	<i>Набрано баллов</i>
Зачтено	60-100
Не зачтено	50-59

Если сумма набранных баллов менее 50 – обучающийся не допускается до промежуточной аттестации.

Если сумма баллов составляет от 50 до 59 баллов, обучающийся допускается до зачета с оценкой.

Билет к зачету с оценкой включает 2 теоретических вопроса и 1 практическое задание (задача).

Промежуточная аттестация проводится в форме практического задания.

Время на подготовку: 60 минут.

При оценивании результатов обучения по дисциплине в ходе промежуточной аттестации используются следующие критерии и шкала оценки.

<i>Оценка</i>	<i>Критерии оценки</i>
Зачтено	Обучающийся показал полное знание теоретического материала, владение основной литературой, рекомендованной программой, умение самостоятельно решать задачи (выполнять задания), способность аргументировано отвечать на вопросы и делать необходимые выводы, допускает единичные ошибки, исправляемые после замечания преподавателя. Способен к самостоятельному пополнению и обновлению знаний в ходе дальнейшей учебной работы и профессиональной деятельности.
Не зачтено	Обучающийся при ответе демонстрирует существенные пробелы в знаниях основного учебного материала, допускает грубые ошибки в формулировке основных понятий и при решении типовых задач (при выполнении типовых заданий), не способен ответить на наводящие вопросы преподавателя. Оценка ставится обучающимся, которые не могут продолжить обучение или приступить к профессиональной деятельности по окончании образовательного учреждения без дополнительных занятий по рассматриваемой дисциплине.